Índice

Editorial

Al final del pasillo se ve la luz, el laberinto se desplaza dejando atrás la oscuridad. Los momentos álgidos del ayer ya no se oyen más, sólo el cálido resplandor futuro emite su dulce voz. Se dejan los ayeres en pos de una nueva existencia.

Los viejos cimientos han sido cambiados, he aqui que nuevos se han levantado. El pasado ya no es señor del presente ni del futuro, la vida se renueva y continúa, dejando a su paso su infancia, creciendo hacia su plenitud. El laberinto se reviste de novedad y prosigue en su lucha por el mañana.

La luz le habla, le llama, le invita a continuar. El laberinto se decide y comienza su caminar. Sus mismos pasos definen su ser y así, continúa su marcha y construye su devenir.

Agradecemos especialmente ...

A Carlos Francisco Ortiz por su apoyo para la reparación de la página de internet.

A toda la Facultad Menor de matemáticas y actuaría por su paciencia y comprensión.

http://laberintos.itam.mx
laberintoseinfinitos@yahoo.com.mx
En la portada: *fractal de Julien Clinton Sprott*
Professor of Physics
University of Wisconsin

Se terminó de imprimir en Primavera de 2005, en la imprenta:
I. M. Impresores S. A. de C. V.
Andrés Molina Enríquez 825, Col. San Andrés Tepetilco, Iztapalapa, C. P. 09440.
El tiraje fue de 2000 ejemplares.

Esta revista es gratuita y se publica trimestralmente.

reloj o perfecta sincronía

Matemáticas y Ajedrez.

Prof. DAVID AGUSTIN FRANCO PEÑA
Maestro de la Federación Internacional de Ajedrez (FIDE)
Autor del libro de enseñanza *AJEDRAL*
Instructor de Ajedrez de la Escuela Bancaria y Comercial (EBC)
E-mail : tinojaque@hotmail.com

Es indudable que existe un vínculo natural entre el ejercicio de las matemáticas y la práctica del llamado juego ciencia. Este vínculo corresponde principalmente a los procesos dialécticos que se generan para el encuentro de las diferentes soluciones a los problemas inherentes en cada caso. También se contemplan los rasgos ontológicos que inducen ambas materias, tales como la abstracción, la memoria, la fuerza analítica, la creatividad, la planificación, la estrategia de investigación (métodos de estudio) y la intuición (sentido heurístico). Hay varias analogías referentes a las cualidades geométricas que desarrollan la práctica continua del Ajedrez y la fuerza de su simbolismo. En una analogía filosófica hinduista referente al tablero o *mandala* del ajedrez, se establece que *"La cualidad geométrica del símbolo expresa el Espíritu, y su extensión puramente cuantitativa, la existencia. Del mismo modo, su inmutabilidad ideal es 'espíritu' y su coagulación limitativa es 'existencia'* o *materia, en la polaridad considerada. Esta última no es la materia prima virgen y generosa, sino la materia secunda, tenebrosa y caótica, raíz del dualismo existencial ..."*

Al margen de lo anterior coexisten otras analogías dignas de mencionar para la definición mas clara del vínculo aludido.

En su trabajo "*EL TEOREMA DE GÖDEL*", Ernest Nagel y James R. Newman mencionan: "Puede resultar útil, por vía de ejemplo, comparar las metamatemáticas como teoría de la demostración con la teoría del ajedrez. El ajedrez se juega con 32 piezas de una forma determinada sobre un tablero cuadrado que contiene 64 subdivisiones cuadradas, en el que se pueden mover las piezas conforme a unas reglas establecidas. Evidentemente, el juego puede desarrollarse sin atribuir ninguna << interpretación>> a las piezas ni a sus diversas posiciones sobre el tablero, si bien podría introducirse tal interpretación si así se deseara. Podemos estipular, por ejemplo, que un determinado peón representa a cierto regimiento de un ejército, que un escaque determinado figura ser una cierta región geográfica, etc. Pero semejantes estipulaciones (o interpretaciones) no son habituales, y ni las piezas, ni los escaques, ni las posiciones de las piezas sobre el tablero significan nada ajeno al juego. En este sentido, las piezas y su configuración sobre el tablero son <<carentes de significado>>. El juego es, pues, análogo a un cálculo matemático formalizado. Las piezas y los cuadrados del tablero corresponden a los signos elementales del cálculo; las posiciones permitidas de las piezas sobre el tablero, a las fórmulas del cálculo; las posiciones iniciales de las piezas sobre el tablero, a los axiomas o fórmulas iniciales del cálculo; las subsiguientes posiciones de las piezas sobre el tablero, a las formulas derivadas de los axiomas (esto es, a los teoremas), y las reglas del juego a las reglas de deducción (o derivación) establecidas para el cálculo. El paralelismo continúa. Aunque las respectivas situaciones de las piezas en el tablero, como las fórmulas del cálculo, sean <<carentes de significado>>, las declaraciones acerca de estas situaciones, como las declaraciones metamatemáticas acerca de las fórmulas se hallan plenamente dotadas de significado. Una declaración <<metaajedrecística>> puede afirmar que hay 20 movimientos posibles de apertura para las piezas blancas, o que, dada una determinada configuración de las piezas sobre el tablero, y correspondiéndoles mover a las blancas, éstas dan mate a las negras en tres jugadas. Además, pueden establecerse teoremas <<metaajedrecísticos>> generales cuya demostración requiere solamente de un número finito de configuraciones permisibles sobre el tablero. De este modo puede establecerse el teorema <<metaajedrecístico>> acerca del número de posibles movimientos de apertura del que disponen las blancas, y también el teorema metaajedrecístico de que si las blancas tienen sólo 2 caballos y el rey, y las negras sólo su rey, a aquéllas les es totalmente imposible forzar el dar mate a éstas. Éstos y otros teoremas <<metaajedrecísticos>> pueden, en otras palabras, ser demostrados mediante métodos finitistas de razonamiento, esto es, examinando sucesivamente cada una de las configuraciones que, en número finito, pueden darse bajo las condiciones previstas . De modo análogo, el propósito de la teoría de prueba de *Hilbert* era demostrar con esos métodos finitistas la imposibilidad de derivar ciertas fórmulas contradictorias en un cálculo matemático dado".

La práctica del ajedrez induce a la práctica de las matemáticas y viceversa .La formalidad del ajedrez es presentada lúdicamente conectando lo abstracto con lo concreto (análisis de variantes con la manipulación de piezas atractivas a la vista) mientras que el sentido lúdico de las matemáticas es enterrado por la imagen aparentemente monótona del formalismo abstracto de su ejercicio. Actualmente se libra una tenaz lucha cultural en el ámbito educativo nacional por cambiar esta imagen e inyectar la disciplina del razonamiento matemático en las nuevas generaciones. El recurso del ajedrez es propicio para la inducción y logro de este urgente y vital propósito.

El Desconocido Mundo de la Matemática II

Primera de tres partes

Emilio Lluis-Puebla
Departamento de Matemática
Facultad de Ciencias
Universidad Nacional Autónoma de México
www.EmilioLluis.org

La Matemática es una de las Bellas Artes,
la más pura de ellas,
que tiene el don de ser
la más precisa
y la precisión de las Ciencias.
E. Lluis-Puebla.

Introducción

Muchas personas, colegas, estudiantes y en especial mis propios alumnos, me han solicitado que escriba acerca de la Matemática y los matemáticos. Correspondo a esta petición esperando que esta información ayude a comprender a la Matemática y a los matemáticos. Este segundo artículo es independiente del primero, véase [Ll-1]. Las tres partes de este segundo artículo son independientes entre sí.

Algunas de las ideas expresadas en este artículo son mías y otras (las más) provienen de las fuentes mencionadas en la bibliografía. En particular, he tomado muchas del gran matemático Michael Atiyah, a quien he estudiado desde mis años de estudio profesional y de posgrado. He leído sus artículos de divulgación, las entrevistas que le han realizado, escuchado sus conferencias, estudiado sus textos y artículos de investigación, en particular los de K-Teoría. Sin duda es, no solamente uno de los más destacados matemáticos de la segunda mitad del siglo XX, sino también uno de los pensadores más acertados acerca de la Matemática misma y por esto deseo transmitirles un poco de su pensamiento y visión de nuestra disciplina, la cual comparto.

La Matemática posee una enorme aplicabilidad y constituye un lenguaje y marco indispensable para todas las ciencias. Ésta es la razón por la cual no solamente unos cuantos individuos dedican su vida a ella, sino que es materia de estudio en el sistema educativo y parte de la escena social.

Ciertamente, la investigación matemática es la disciplina científica más alejada del hombre de la calle quien no posee absolutamente ninguna idea acerca de ella. Generalmente identifica a la Matemática con las ideas que difícilmente pudo absorber (a menudo sin éxito) en la escuela primaria o secundaria. La Matemática, o lo que cree que es, le parece fría y cruda, sin vida (incluso habla de la frialdad de los números). Difícilmente se imagina que la Matemática fue creada en el pasado y sigue creándose en el presente por algunos humanos. Le es muy difícil de comprender el hecho de que sea una disciplina intelectual abstracta y de que posea una existencia independiente floreciente. Una manera de establecer un contacto con ella es a través de conferencias como ésta o bien a través de conocer y escuchar matemáticos que trabajen en las distintas disciplinas de la Ciencia que utilizan a la Matemática.

Comento, como lo hice en [Ll-1], que al igual que en el resto de las licenciaturas de una universidad, el egresado de una licenciatura generalmente no se dedica al estudio de su profesión, más bien la utiliza o la aplica. Para realmente dedicarse a la Matemática es necesario realizar estudios de posgrado y aún así apenas comenzar a vivir el maravilloso mundo de la Matemática. Los egresados de una licenciatura de Matemática pueden y deben encontrar trabajo como cualquier otro egresado de una licenciatura, es cosa de hacerles ver a quienes contratan personal de las enormes ventajas que tienen al contratar matemáticos, pues sobretodo, una de esas ventajas es de mucho valor para quienes no tienen miedo de contratar a personas que han realizado un entrenamiento en el acto de pensar y que poseen capacidad de aprender. Muchos de los pocos licenciados en Matemática se dedican a la docencia, ojalá hubiera más, hacen mucha falta sobretodo en los niveles de primaria, secundaria o preparatoria. Se requieren con la licenciatura terminada, con una estupenda preparación y que deseen ser docentes por vocación, capaces de motivar e infundir en los jóvenes (quienes constituyen más de la mitad de la población de México) un verdadero amor al conocimiento científico y artístico. En este artículo fundamentalmente expondré temas relacionados con la Matemática y sus creadores.

Características de la Matemática

La Matemática posee varias características que la hacen diferir de otras disciplinas.

La primera es que es muy difícil de describir o definir su materia de estudio. Es claro cual es la materia de estudio de la Astronomía y de la Biología, pero no de la K-Teoría Algebraica. Esto se debe fundamentalmente a que los objetos de estudio son conceptos abstractos definidos que a menudo van encadenados a otros conceptos previamente definidos. Su descripción se reduce a definiciones formales que requieren de conexiones neuronales, las cuales requieren de cierto tiempo para realizarse. Esto, aunado a una madurez matemática o entrenamiento matemático le permite al ser humano asimilar una buena cantidad de ideas abstractas. Por ejemplo, trate usted de explicarle a su sobrinita preguntona qué es la adición, o de qué se trata la Geometría Analítica, o qué es un anillo. Requerirá, después de muchas explicaciones intuitivas, establecer definiciones formales y tiempo, mucho tiempo.


Euclides

La segunda característica es que posee una lógica perfecta. La Matemática de Euclides es tan válida hoy como en la época de Euclides. Esto contrasta con otras teorías, como la de la tierra plana, la del flogisto o la del éter.

La tercera es lo conclusivo de la Matemática, esto es, las diferentes disciplinas toman conclusiones con base en las manipulaciones matemáticas.

La cuarta es su independencia, esto es, no requiere de equipos costosos a diferencia de las ciencias experimentales. Basta a veces con lápiz y papel, o ni siquiera esto. Arquímedes dibujaba sobre la arena. Leray escribió su matemática siendo prisionero de guerra. A pesar de los regímenes políticos de toda índole, la Matemática continúa evolucionando. Es interesante observar que sus bibliotecas son menos grandes que las de otras disciplinas.

¿Qué significa la palabra Matemática?

Según me comentó mi querido amigo, Arrigo Coen, Mathema significa erudición, manthánein es el infinitivo de aprender, el radical mendh significa en pasivo, ciencia, saber. Luego, es lo relativo al aprendizaje. Así que en sentido implícito, Matemática significa: «lo digno de ser aprendido».

¿Qué es la Matemática?

No existe una definición de lo que es la Matemática. Sin embargo, se dice que es una colección de ideas y técnicas para resolver problemas que provienen de cualquier disciplina, incluyendo a la Matemática misma.

Algunos problemas matemáticos

Fermat

Recuerden el famoso último teorema de Fermat (el cual sucede al de la ecuación pitagórica $x^2 + y^2 = z^2$) que dice que la ecuación $x^n + y^n = z^n$ nunca tiene soluciones enteras positivas para cualquier entero positivo n mayor que 2. Excepto para $n = 2$, estas ecuaciones no tienen una interpretación geométrica. Aparentemente este problema no pareciera tener mucha importancia, sin embargo ha tenido una influencia enorme en el desarrollo de la Matemática. Fermat dijo que tenía una demostración pero que no tenía espacio para escribirla. Por más de 300 años, este problema, aparentemente sencillo, ha sido el motivo de grandes esfuerzos de muchos matemáticos y es precisamente de estos esfuerzos que se han creado nuevas técnicas y conceptos, los cuales tienen influencia en muchas áreas de la Matemática.

El problema de los cuatro colores afirma que solamente se requieren 4 colores para iluminar o colorear cualquier mapa del globo terrestre con la condición de que dos países adyacentes deban tener colores diferentes. La solución positiva, más de cien años después, fue obtenida mediante el uso de la computadora, teniendo un impacto muy pequeño en la Matemática. Fue el primer problema no trivial solucionado por la computadora.

En la Matemática, si un problema se resuelve mediante métodos estándar, el problema pierde mucho de su interés. Si no se resuelve mediante los métodos conocidos por mucho tiempo, se convierte en un problema clásico. Un buen problema es aquel que da lugar a nuevas técnicas con gran aplicabilidad a otras áreas.

Las ideas nuevas que constituyen los pasos para obtener la solución de algún problema constituyen el progreso de la Matemática. Los matemáticos sabemos apreciar las técnicas ingeniosas.

¿Cómo se da la innovación en la Matemática?

A diferencia de otras disciplinas científicas, en la Matemática la creación de nuevos métodos o técnicas constituye la innovación, la cual es vital para el progreso de la Matemática.

No se requiere del descubrimiento de antiguos documentos manuscritos, ni del trabajo experimental o de la introducción de nueva tecnología. La innovación se da, entre otras cosas, por la creación de nuevas técnicas. Por ejemplo, cuando Galois se dio cuenta al trabajar en el problema de la insolubilidad de la ecuación polinomial general de grado al menos 5 que la clave estaba en las simetrías de las cinco soluciones de la ecuación, proveyó los fundamentos de la teoría general de la simetría, la cual es una de las ramas más profundas y de amplio espectro de toda la Matemática, llamada Teoría de Grupos.

También hay innovación interna al tratar de dar cohesión a una teoría matemática, al realizar preguntas adecuadas, las cuales requieren de mucha intuición y compenetración. También puede venir de problemas de otras disciplinas.

Se puede decir que hay progreso matemático cuando existe una aplicación continua de métodos usuales intercalados espectacularmente con nuevos conceptos y problemas.

La Matemática, una Bella Arte.

Como lo he expresado en múltiples ocasiones, la Matemática es una Bella Arte y una Ciencia. Para los matemáticos, la belleza y la verdad tienen igual estima. Tenemos mucho aprecio por un argumento hermoso, esto es, un argumento que conlleva elegancia en el estilo, economía de esfuerzo, claridad de pensamiento, perfección en el detalle y en la forma de acertar una deducción contundente y convincentemente. Los matemáticos nos dedicamos a un área u otra dependiendo en qué tan bella nos parece una con relación a otra. Buscamos métodos elegantes y evitamos argumentos feos.

Características estéticas de la Matemática.

Hay varias características estéticas de la Matemática. La universalidad, en el sentido de que casi cualquier rama del conocimiento posee aspectos que se pueden analizar matemáticamente. El desarrollo de argumentos simples y concisos son absolutamente indispensables para el progreso de la Matemática. La selección y formulación de problemas son un arte que depende de la intuición del matemático. Aquí, los aspectos estéticos juegan un papel muy importante.

En una de mis artículos anteriores [Ll-1], describí cómo Poincaré concebía la creación de la Matemática e hice un símil con la creación musical. A manera de chiste, pareciera que Poincaré creaba Matemática al subirse o bajarse de un tranvía. Hadamard recomendaba tomarse dos baños de agua caliente para estimular la investigación matemática. También he escuchado que la Matemática se hace caminando, es decir, cuando se dejan las ideas en el "inconsciente" y de repente ocurre una "feliz idea", la cual es, quizá, una serie de conexiones neuronales que tienen lugar en el tiempo y las cuales se logran mejor cuando no interviene un acto consciente demasiado fuerte que las impida.

Bibliografía

Atiyah, M. F. How Research is Carried Out. Bull. IMA. 10 (1974) p.232-234.

Atiyah, M. F. Mathematics and the Computer Revolution. Nuova Civilta delle Macchine II (No. 3) (1984) p. 27-32 y The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching. Cambridge University Press. (1986) p. 43-51.

Atiyah, M. F. Identifying progress in mathematics. ESF Conference in Colmar. Cambridge University Press (1985) p. 24-41.

Atiyah, M. F. Mathematics in the 20 th. century. Reimpreso de Doctor Honoris Causa 2001. Universidad Nacional Autónoma de México. Instituto de Mtemáticas. UNAM. (2001)

Davis, P.J., Hersh R. The Mathematical Experience. Houghton Mifflin Co. Boston. (1981).

[Ll-1] Lluis-Puebla, E. El Desconocido Mundo de la Matemática, Memorias de la XI Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas. Núm 3, pp.100-108. Mosaicos Matemáticos. Universidad de Sonora, Revista de la Unison. pp.100-108. (V/2001).

Versión electrónica: http:www.mat.uson.mx/semana/Memorias/lluis_puebla_emilio.doc +Emilio+Lluis-Puebla&hl=es&ie=UTF-8

[Ma-1] Mazzola, G., (contribuyente Lluis-Puebla, E. et al.) The Topos of Music. Birkhäuser Verlag. Basel, Suiza. 2002.

Mazzola, G. Noll, T. Lluis-Puebla, E. Perspectives in Mathematical and Computational Music Theory. epOs. Alemania. 2004.

Minio R. An inteview with Michael Atiyah. The Mathematical Intelligencer. Vol. 6 No. 1 (1984) p. 9-19.

LOS DOS GUARDIANES

Estás prisionero en una celda cuadrada que tiene dos puertas de salida. En cada una hay un guardián con una característica distintiva: uno de ellos dice siempre la verdad cuando se le pregunta, y el otro siempre miente. No sabes cuál es cuál. Una de las salidas está libre de peligro, pero al cruzar la otra recibes una descarga mortal. Te dan la posibilidad de ser libre atravesando la puerta que elijas. Para descubrir cuál es la puerta buena puedes formular UNA SOLA PREGUNTA a cualquiera de los dos guardianes.

¿Qué pregunta tienes que formular, de tal manera que sepas por sus respuestas cual es la puerta buena para poder salir sin peligro?

CUANTO MENOS SEPAS, MÁS GANARÁS

«Los científicos y los matemáticos nunca podrán ganar tanto dinero como los ejecutivos y los comerciantes». Lo demostramos matemáticamente a partir de los siguientes dos postulados que son de dominio popular:

Postulado No. 1 : Knowledge is Power (el conocimiento es poder)
Postulado No. 2 : Time is Money (el tiempo es dinero)

Todos conocemos el siguiente principio de la física:
Power = Work/Time (potencia = trabajo/tiempo)

Pero considerando que Knowledge = Power, tenemos que:
Knowledge = Work/Time (conocimiento = trabajo/tiempo)

Y como Time = Money, tenemos que:
Knowledge = Work/Money (conocimiento = trabajo/dinero)

Ahora, si en esta ecuación, despejamos la variable « Money» (dinero) obtenemos que :

Money = Work/Knowledge (dinero = trabajo/conocimiento)

Asi que cuando conocimiento se aproxima a cero (0), el dinero tiende a infinito, independientemente de la cantidad de trabajo realizado. Con lo que queda demostrado que :

CUANTO MENOS SEPAS, MAS GANARÁS

Srinivasa Ramanujan un Genio Indostano

Adrian, EBC.

Srinivasa Ramanujan, un verdadero prodigio del intelecto humano, nació el 22 de diciembre de 1887 en Tanjore, Mandra, India, dentro del seno de una familia de condición humilde, hijo de un contador, que trabajaba para un mercader de paños en Kumbakonam, y de la hija de un modesto oficial brahmán del juzgado de Erodo, mujer de «gran sentido común».

Fue por primera vez a la escuela a los cinco años y antes de los siete le llevaron al colegio de Kumbakonam, donde consiguió una beca. Según parece, casi de inmediato reconocieron sus extraordinarias facultades. «Se divertía entreteniendo a sus amigos con teoremas y fórmulas, recitando la lista completa de las raíces sánscritas y repitiendo los valores de p y de $\sqrt{2}$ con cualquier número de cifras decimales».

Cuando tenía quince años y estaba en la sexta clase de la escuela un amigo suyo le consiguió prestado el *Synopsis of Pure Mathematics*, de Carr, perteneciente a la biblioteca del College del Gobierno local. El genio de Ramanujan despertó inmediatamente, con entusiasmo penetró en las teorías del libro y se puso a demostrar sus fórmulas. Cada solución era un auténtico trabajo de investigación original, ya que carecía de la ayuda de otros libros.

Primero ideó métodos para construir cuadrados mágicos, después se dedicó a la geometría, donde trató la cuadratura del círculo y llegó incluso a establecer un valor de la longitud del círculo ecuatorial de la tierra, que difería del verdadero sólo por unos pocos pies. Dirigió su atención al álgebra porque encontraba limitado el campo de la geometría. Ramanujan solía decir que la diosa de Namakkal le inspiraba las fórmulas en sueños. Es notable el hecho de que, al levantarse de la cama, escribía resultados y los comprobaba, aunque no siempre era capaz de dar una demostración rigurosa. Este proceso se repitió durante toda su vida.

Consiguió, a los dieciséis años, pasar el examen de ingreso y obtuvo una beca en el College del Gobierno de Kumbakonam, la «*Junior Subrahmanyan Scholarship*». Ramanujan se dedicaba casi por completo a las matemáticas y descuidaba las otras materias, especialmente el inglés, debido a ello no supero su siguiente examen y perdió la beca.

Luego de abandonar Kumbakonam, se dirigió a Vizagapatam y de allí a Madrás donde se presentó al «Primer examen en Artes», en diciembre de 1906, pero fracasó y jamás volvió a intentarlo. Durante unos años más continuó su trabajo independiente en matemáticas, hasta que en 1909 se casó y necesitó un empleo permanente. Fue entonces, mientras buscaba trabajo, cuando le dieron una carta de recomendación para un amante de las matemáticas, Diwan Behadur R. Ramachandra Rao, que era recaudador de Nelore, a 80 millas al norte de Madrás. Ramachandra Rao describe así su primera entrevista con Ramanujan:

«Hace algunos años, un sobrino mío, ignorante por completo de todo conocimiento matemático me dijo: «Tío, tengo un visitante que habla de matemáticas y no lo comprendo. ¿Podría mirar si hay algo de interés en su charla?» Y en la plenitud de mi sabiduría matemática, condescendí a que Ramanujan se acercara a mi presencia. Una pequeña figura rústica, vigorosa, sin afeitar, desaliñada, con un rasgo llamativo, ojos brillantes, entró con un gastado libro de notas bajo el brazo. Era extremadamente pobre. Había huido de Kumbakonam a Madrás a fin de conseguir cierto desarrollo para proseguir sus estudios. Jamás pidió ninguna distinción. Necesitaba desahogo. En otras palabras que le suministrara el mínimo vital sin esfuerzo de su parte y que se le permitiera soñar.

Abrió el libro y comenzó a explicar algunos de sus descubrimientos. Al punto ví claramente que era algo fuera de lo corriente, pero mis conocimientos no permitieron juzgar si hablaba con sentido o sin él. Suspendido todo juicio le pedí que viniera de nuevo y así lo hizo. Apreció debidamente mi ignorancia y me demostró algunos de sus hallazgos más simples. Estos iban más allá de los libros existentes y ya no tuve duda de que era un hombre notable. Después, paso a paso, me inició en las integrales elípticas y en las series hipergeométricas y, finalmente, su teoría de las series divergentes, no divulgada todavía, me convirtió. Le pregunté que era lo que deseaba. ***Dijo que quería una pequeña pensión para vivir y así proseguir sus investigaciones.*** *»*

Ramachandra Rao mantuvo por un tiempo a Ramanujan, después de fallar otros intentos para conseguir una beca, y no queriendo ser mantenido por mucho tiempo por otra persona, aceptó un pequeño empleo en las oficinas de la Compañía del Puerto de Madrás.

En 1911, se publica su primer trabajo en el *Journal of the Indian Mathematical Society*, el mismo año publica su primer artículo largo sobre algunas propiedades de los números de Bernoulli. El año siguiente colabora en la misma revista con algunos problemas y dos notas. Rao convenció a un ingeniero inglés sobre el trabajo de su protegido.

Esto permitió que Ramunujan entablara correspondencia con el gran matemático G.H. Hardy, miembro entonces del Trinity College de la Universidad de Cambridge en Gran Bretaña.

Esta carta, redactada en inglés con la ayuda de sus amigos, fechada el 16 de enero de 1913 y dirigida a G. H. Hardy, era la presentación en occidente de uno de los mayores genios matemáticos que ha dado la India, a la que acompaña alrededor de 120 teoremas.

«*Apreciado señor:*

Me permito presentarme a usted como un oficinista del departamento de cuentas del Port Trust Office de Madrás con un salario de 20 libras anuales solamente. Tengo cerca de 23 años de edad. No he recibido educación universitaria, pero he seguido los cursos de la escuela ordinaria. Una vez dejada la escuela he empleado el tiempo libre de que disponía para trabajar en matemáticas. No he pasado por el proceso regular convencional que se sigue en un curso universitario, pero estoy siguiendo una trayectoria propia. He hecho un estudio detallado de las series divergentes en general y los resultados a que he llegado son calificados como «sorprendentes» por los matemáticos locales...

Yo querría pedirle que repasara los trabajos aquí incluidos. Si usted se convence de que hay alguna cosa de valor me gustaría publicar mis teoremas, ya que soy pobre. No he presentado los cálculos reales ni las expresiones que he adoptado, pero he indicado el proceso que sigo. Debido a mi poca experiencia tendría en gran estima cualquier consejo que usted me hiciera. Pido que me excuse por las molestias que ocasiono.

Quedo, apreciado señor, a su entera disposición.

S. Ramanujan.»

Según algunos autores, había escrito a otros matemáticos europeos, pero sólo Hardy reconoció la valía del autor de la misiva. Hardy comentó:

«Quisiera que comenzaran por tratar de reconstruir la reacción inmediata de un matemático profesional corriente que recibe una carta como ésta de un contable hindú desconocido.»

Tras comentar algunos de los teoremas, añade:

«... Nunca había visto antes nada, ni siquiera parecido a ellas. Una hojeada es suficiente para comprender que solamente podían ser escritas por un matemático de la más alta categoría. Tenían que ser ciertas, porque, si no lo fueran, nadie habría tenido suficiente imaginación para inventarlas. Por último..., el autor tenía que ser enteramente sincero, ya que son más frecuentes los matemáticos eminentes que los ladrones o charlatanes de destreza tan increíble...

A pesar de que Ramanujan tuvo numerosos y brillantes éxitos, sus trabajos sobre los números primos y sobre todos los problemas relacionados con esta teoría estaban ciertamente equivocados. Puede decirse que éste fue su único gran fracaso, pero todavía no estoy convencido que, en cierto modo, su fracaso no fuera más maravilloso que ninguno de sus triunfos...»

Hardy obtuvo una beca para Ramanujan en Cambridge. La madre del muchacho, a causa de la elevada casta religiosa de la familia, primeramente se opuso a que el joven genio marchara rumbo a Albión. Empero, en un sueño de la diosa Namagiri le mostró a su hijo rodeado de europeos asombrados y le ordenó que no estorbara en el camino de su hijo y que colaborara en el objetivo de su vida.

Ya en Inglaterra, Ramanujan puso a Hardy en un dilema. El joven presentaba enormes lagunas en sus conocimientos formales de las matemáticas modernas; pero si dedicaba tiempo y esfuerzo a capacitarlo temía que pudiera echar a perder la chispa genial del indostano, convirtiéndolo en un simple profesor de matemáticas más. Optó entonces por únicamente por corregirles sus errores y deficiencias más evidentes, y dejarlo trabajar a su voluntad y arbitrio. Ésta decisión resulto ser las más acertada, y Ramanujan entró en la fase más creativa de su vida.

Escribe Hardy: «Había un gran rompecabezas, ¿qué método debía seguirse para enseñarle matemáticas modernas?. Las limitaciones de su conocimiento eran tan asombrosas como su profundidad. Era un hombre que podía trabajar con ecuaciones modulares y teoremas de multiplicación compleja, con medios desconocidos, pero nunca había oído hablar de una función doblemente periódica o del teorema de Cauchy ni tenía la más remota idea de lo que era una función de variable compleja. Describía nebulosamente su concepto acerca de lo que constituía una demostración matemática. Había obtenido todos sus resultados, nuevos o viejos, verdaderos o falsos, por un proceso mixto de demostración, intuición e inducción, del cual era completamente incapaz de dar cualquier razón coherente.

Era imposible pedir a este hombre que se sometiera a una instrucción matemática, que intentara aprender de nuevo matemáticas desde el principio. Temía además que, si yo insistía indebidamente en materias que Ramanujan consideraba fastidiosas, podía destrozar su confianza o romper el encanto de su inspiración. Por otra parte, había cosas que era necesario que aprendiera. Algunos de sus resultados eran equivocados, en particular los que se referían a la distribución de números primos, a los que daba la mayor importancia... Así yo tenía que intentar enseñarle y en cierto modo lo logré, aunque, obviamente, **yo aprendí de él mucho más de lo que él aprendió de mí**...»

Preguntado sobre si Ramanujan tenía algún secreto especial, si difería cualitativamente de los demás matemáticos en los métodos utilizados, si pensaba que había algo realmente anormal en su forma de pensar, Hardy, sin seguridad ni convicción, contesta que no lo cree, y añade:

«Tenía, por supuesto, una memoria extraordinaria. Podía recordar las características de los diferentes números de una manera casi misteriosa. Creo que fue Mr. Littlewood quien señaló que «**cada entero positivo era uno de sus amigos personales**». Recuerdo una vez que fui a verle cuando yacía enfermo en Putney. Yo había viajado en el taxi número 1729 y observé que el número me parecía más bien insípido y esperaba que no le fuera de mal agüero.

Estatua de la diosa Namakkal, de quién decía recibir la mayoría de sus revelaciones matemáticas mediante el sueño.

«No», contestó, «es un número muy interesante. Es el número más pequeño expresable como suma de dos cubos de dos maneras diferentes» ($1729 = 10^3 + 9^3 = 12^3 + 1^3$). Le pregunté, naturalmente, si conocía la respuesta al problema correspondiente para la cuarta potencia y él replicó, después de un momento de reflexión, que el ejemplo no era obvio y que el primero de tales números debía ser muy grande».

En la primavera de 1917 empezó a manifestarse la enfermedad fatal que acabaría con Ramanujan, tuberculosis, en el verano se trasladó a un sanatorio de Cambridge, y ya nunca llegó a disfrutar de un largo periodo fuera de la cama. Estuvo en sanatorios en Wells, Marlock y Londrés, sin mejora significativa hasta el otoño de 1918. Entonces reanudó el trabajo activo, estimulado quizá por su elección para la Royal Society of London, produciendo en esa época algunos de sus mejores teoremas. Un acicate más le llegaría con su elección para una Trinity Fellowship. Ambas sociedades tienen el mérito de haber reconocido la valía de Ramanujan antes de que fuera demasiado tarde. Sobre sus aficiones, aparte de las matemáticas, Hardy nos relata:

«Al igual que sus matemáticas, mostraba los más extraños contrastes. Yo diría que leinteresaba muy poco la literatura como tal, y tampoco el arte, pero podía distinguir la buena literatura de la mala. Por otra parte era un filósofo sutil, pero de una modalidad que pareció muy nebulosa a los seguidores de la moderna escuela de Cambridge, y un ardiente político, pacifista y ultrarradical. Se ajustaba a las prescripciones religiosas de su casta con una severidad muy poco corriente en los indios residentes en Inglaterra. Pero su religión era materia de rito, no de convicción intelectual. Recuerdo bien su confidencia (que me sorprendió mucho) de que todas las religiones le parecían más o menos igualmente verdaderas. Tanto en literatura, como en filosofía y en matemáticas, tenía verdadera pasión por lo inesperado, extraño y estrambótico. Poseía casi una pequeña biblioteca de obras sobre la cuadratura del círculo y otras curiosidades... Era vegetariano en el sentido más estricto (esto constituyó más tarde, cuando estuvo enfermo, una gran dificultad) y durante el tiempo que estuvo en Cambridge cocinó todos sus alimentos él mismo y nunca lo hizo sin antes ponerse en pijama».

A principios de 1919 volvió a su India, donde murió al año siguiente. En 1923 G.H. Hardy editó el capítulo XII del segundo cuaderno de Ramanujan sobre series hipergeométricas que contenía 47 teoremas principales, muchos seguidos por corolarios y casos particulares, pero el desarrollo de su obra aún no ha concluido, el último cuaderno de notas, el cuaderno «perdido», encontrado en 1976, contenía las 600 fórmulas escritas durante su último año de vida. Considerado, junto con Euler y Gauss, como uno de los más grandes matemáticos de todos los tiempos, nos dejó unos 4000 teoremas, a pesar de su corta vida. Durante sus cinco años de estancia en Cambridge, que desgraciadamente coincidieron con los de la Primera Guerra Mundial, publicó 21 artículos, 5 de ellos en colaboración con G. H. Hardy. Rchard Askey hace una observación que da la medida de la pasión y la capacidad de nuestro hombre:

> *«Traten de imaginar la calidad de la mente de Ramanujan, que le condujo a trabajar incesantemente mientras moría, y suficientemente grande para crecer más profundamente mientras su cuerpo se debilitaba. Me asombra su talento, su entendimiento me sobrepasa. Admiraríamos a un matemático cuya producción fuera la mitad de lo que Ramanujan descubrió en el último año de su vida»*

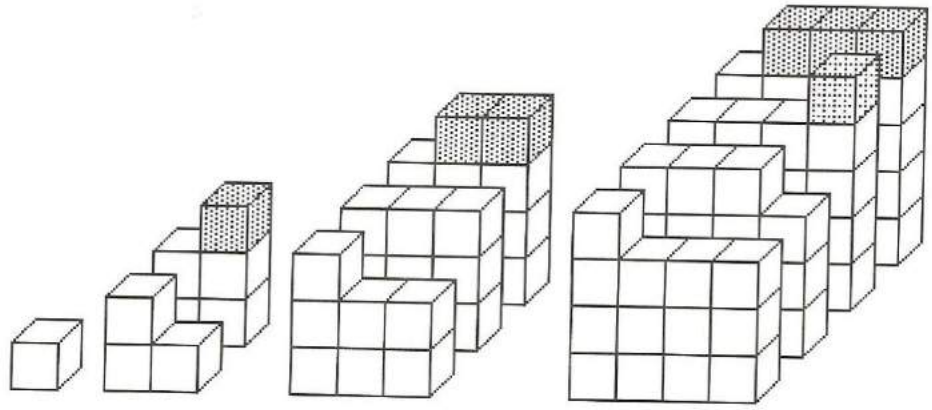
Algunas reflexiones de G. H. Hardy, sobre Ramunujan:

> ***«Lo más asombroso era su intuición en fórmulas algebraicas, transformaciones de series infinitas y demás. Trabajaba por intuición a partir de ejemplos numéricos mucho más que la mayoría de los matemáticos modernos. Todas sus propiedades de congruencia de particiones, por ejemplo, fueron descubiertas de esta manera. Pero añadió a su memoria, a su paciencia y a su facilidad de cálculo, un poder de generalización, un sentido de la forma y una capacidad de modificación rápida de sus hipótesis realmente sorprendentes y que le sitúan, en su campo, en el lugar más destacado.***
>
> *El trabajo de Ramanujan no tiene la simplicidad y la inevitabilidad de las más grandes obras. Podría ser más importante si fuera menos extraña. Pero tiene un don que no puede negársele: una profunda e insuperable originalidad. Probablemente, Ramanujan habría sido mejor matemático si lo hubieran descubierto y educado un poco en su juventud. Habría descubierto más cosas nuevas y, sin duda, de mayor importancia. Por otra parte, habría sido menos parecido a Ramanujan y más semejante a un profesor europeo y así la pérdida hubiera sido tal vez mayor que la ganancia.»*

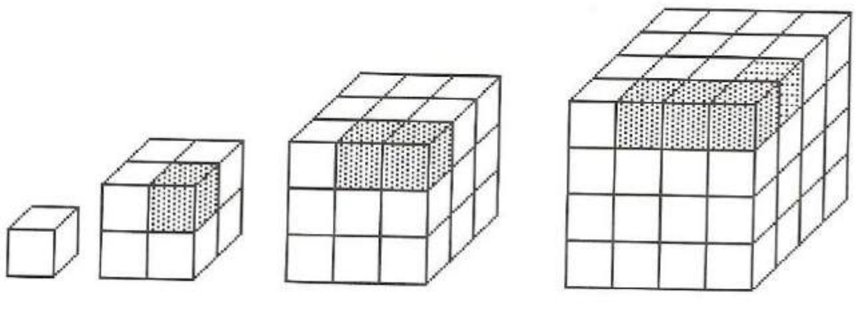
Pruebas sin palabras: suma de impares y suma de cubos

Alfinio Flores Peñafiel
Arizona State University

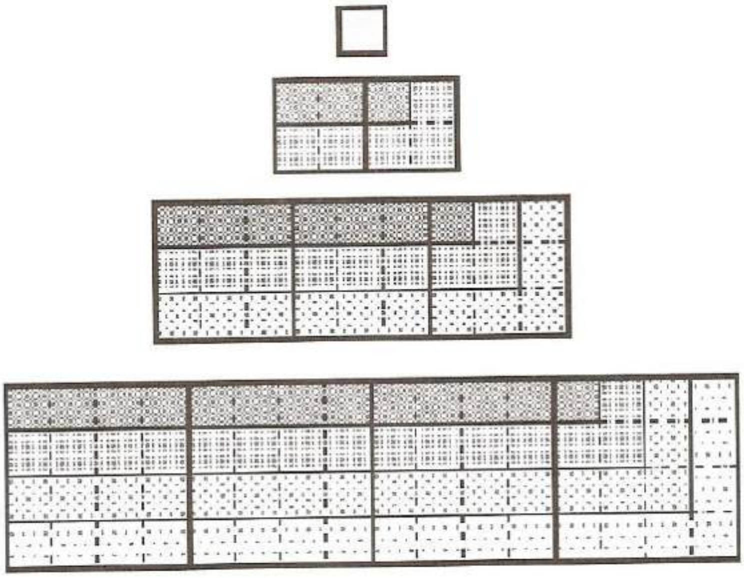
$$1 = 1^3$$
$$3 + 5 = 2^3$$
$$7 + 9 + 11 = 3^3$$
$$13 + 15 + 17 + 19 = 4^3$$



1 $\quad$ 3 + 5 $\quad$ 7 + 9 + 11 $\quad$ 13 + 15 + 17 + 19



1^3 $\quad$ 2^3 $\quad$ 3^3 $\quad$ 4^3



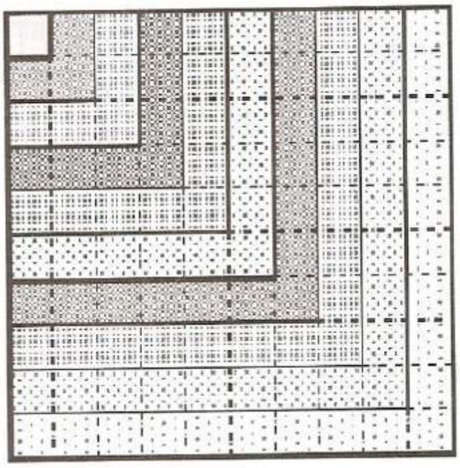
1

3 + 5

7 + 9 + 11

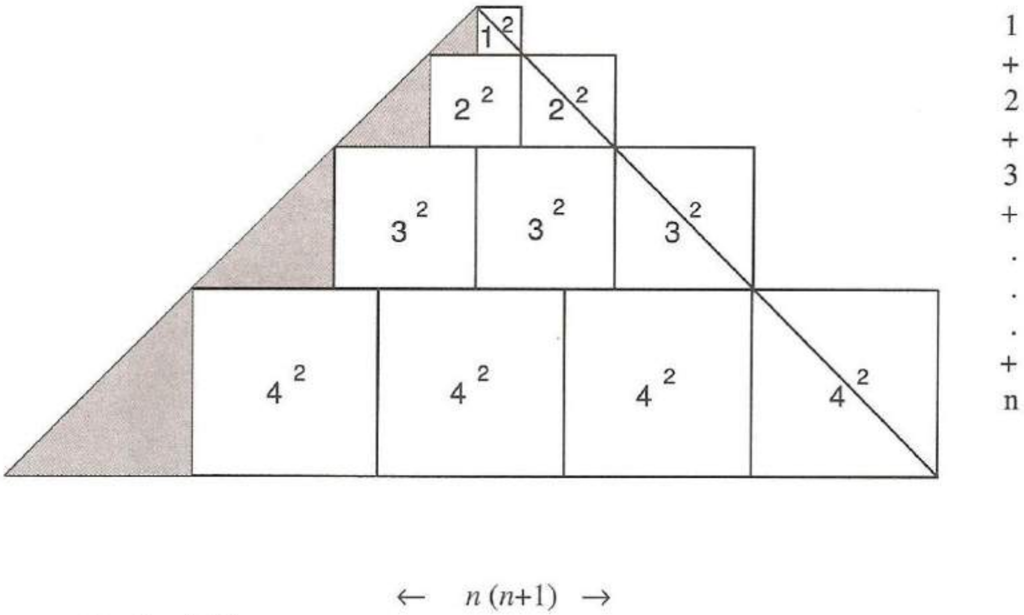
13 + 15 + 17 + 19

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$



$(1 + 2 + 3 + 4)^2$

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\sum_{k=1}^{n} k \right)^2$$



$A = b \times h \,/\, 2$

$(1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3) = n\,(n+1) \times (1 + 2 + 3 + \ldots + n) \,/\, 2$

CHISTE

Jesús a sus discípulos: «En verdad os digo: Y = X^2».
Los discípulos comentan entre sí, y dice Pedro: «Maestro, no entendemos...»
Contesta Jesús: «Es una parábola».

JUGANDO CON EL 2 Y EL 4

Jugar con los números es muy divertido, por las curiosidades que permite descubrir, y por los problemas y cuestiones matemáticas que plantea, ya sean más sencillas o más complejas.

En el juego que propongo se trata de buscar todos los resultados posibles del 1 al 10, realizando las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.

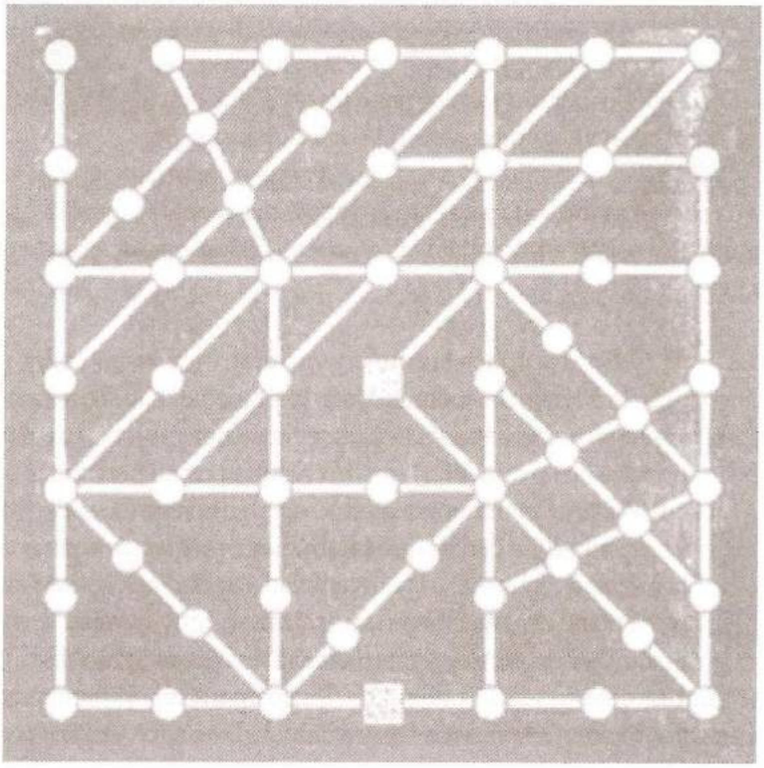
Los resultados del 1 al 10 hay que conseguirlos

a) Jugando solamente con cinco doses

b) Jugando solamente con cuatro cuatros

LABERINTO

Saliendo del cuadro que está en la parte de abajo del laberinto, muévete de tres en tres puntos, siguiendo siempre líneas rectas, hasta llegar al cuadrado del centro.



Emmy, Mujer de Ideales

Claudia Gómez Wulschner
Departamento de Matemáticas, ITAM

El 23 de marzo de 1882, el distinguido profesor de Matemáticas Max Noether de la Universidad de Erlangen, Bavaria, y su esposa Ida Kauffman, se alegraron por el nacimiento de su hija Amalie Emmy. Educada al estilo de las familias acomodadas de esa época y con la influencia de su madre, Emmy, al terminar lo equivalente a la escuela preparatoria, estudió alemán y obtuvo el certificado para enseñar inglés y francés. Para ese entonces y esta vez con la influencia de su padre, de su hermano menor Fritz, quien ya asistía a la Universidad y seguramente también influenciada por la presencia continua de matemáticos en su casa, Emmy mostró interés por las Matemáticas. Pronto quedó de manifiesto que esto es lo que realmente le apasionaba, así que a los 18 años empezó a asistir como oyente a las clases de Matemáticas de la universidad de su ciudad natal.

En esta época las mujeres no eran bien vistas en las universidades. Se cuentan anécdotas como la siguiente: había ocasiones en que si algún profesor advertía la presencia de una mujer en su clase, no continuaba hasta que ella, "que lo ofendía con su presencia", se retirara. No obstante la conocida actitud de algunos profesores, ella continuó asistiendo a los cursos de Matemáticas, ya que, aunque no se permitía la inscripción formal a la universidad, dependía del criterio del profesor el aceptar o no a una mujer en su clase. Emmy siempre se mostró como una mujer de ideales y también exhibía ya una gran disciplina para el trabajo y el estudio. Además, tenía la fuerza suficiente para seguir luchando por lo que quería hacer en su vida: dedicarse a las Matemáticas. Dos años después, con sólo 20 años de edad, Emmy presentó los exámenes que le permitían optar por el doctorado.

Entre 1903 y 1904, Emmy asistió a la Universidad de Göttingen, donde tuvo la oportunidad de tomar clases con matemáticos importantes y famosos como David Hilbert, Felix Klein y Hermann Minkowski. No era fácil quedarse en esta Universidad, lo que la obligó a volver a Erlangen, donde al menos empezó a aceptarse la idea de otorgar los grados a mujeres.

Paul Gordan, matemático, amigo de la familia, conocido por la pasión que los cálculos y las fórmulas le provocaban, y ya cercano a retirarse, la tomó como alumna. Emmy terminó su tesis bajo la dirección del profesor Gordan en 1907. El propio padre de Emmy, Max Noether, se refiere a él con el apodo "el creador de algoritmos". Algunos de sus artículos contienen hasta 20 páginas de cálculos y fórmulas sin ninguna frase entre ellas. Como Emmy le tenía gran respeto y agradecimiento a su asesor, en esta época siguió la línea y el estilo de su trabajo.

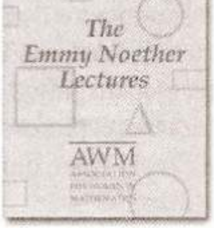
Gordan era conocido como "el rey de la teoría de invariantes". Entre otras cosas dió una demostración constructiva de la existencia de formas invariantes en *n* variables (David Hilbert probó la existencia de tales formas de manera no constructiva). El trabajo de Emmy consistió en extender los resultados de Gordan y enlistó 331 formas covariantes en su tesis doctoral. Trabajo importante, laborioso y minucioso, de gran magnitud aunque, tal vez, no el más trascendente. Al retirarse el profesor Gordan, Emmy inició nuevas formas de atacar los problemas gracias a Ernst Fisher, quien la alejó de esa forma de hacer investigación y la acercó al estilo de Hilbert.

Así, pronto Emmy se inclinó por otra manera mucho más axiomática y general de trabajar. Precisamente por su interés en los problemas de formas invariantes fue invitada a Göttingen a formar parte del grupo de Hilbert, formado por excelentes matemáticos y físicos. Es el propio Hilbert quien a partir de ese momento se convirtió en su mentor. Así Emmy, en los años siguientes a su doctorado, trabajó animada por su grupo sobre problemas relacionados con la física.

Las aportaciones de Emmy en este rubro consistieron en dar el marco matemático para establecer los principios de conservación de la energía dentro de la teoría de la relatividad general propuesta por Albert Einstein. De esta manera, ella construyó para los matemáticos una conexión muy importante entre dos áreas: el álgebra y el análisis. Para la física del siglo XX, su enorme contribución es presentar las ecuaciones de campo en una versión generalizada de teoría de grupos. Poco después de la aparición de estos resultados, Einstein le escribe a Hilbert:
"Ayer recibí un artículo muy interesante sobre formas invariantes firmado por la señorita Noether. Estoy impresionado de que alguien pueda comprenderlas desde un punto de vista tan general. No le hubiera hecho ningún daño a la 'vieja guardia' de Göttingen haber aprendido más de ella".

Parece que el comentario se refiere a que aunque Emmy demostraba ser una gran matemática y, para ese entonces, también una gran maestra, aún no tenía un nombramiento en la Universidad. La lucha de David Hilbert porque esto no fuera así tuvo cierto éxito; logró que Emmy formara parte del personal académico de la Universidad de Göttingen, aunque esto carecía de formalidad y por lo tanto, no recibía un salario, es decir, se le permitía enseñar, pero bajo el nombre de Hilbert. En el catálogo de las clases del semestre de invierno de 1917, aparece anunciado un seminario:

Seminario de Física-Matemática. Profesor Hilbert, con la ayuda de su asistente,la Dra. E. Noether. Lunes de 4 a 6. Entrada libre (no hay colegiatura).



Emmy, ya con un estilo propio más abstracto y general, escribió sus ideas sobre conservación de la energía, lo que trajo como consecuencia los famosos resultados conocidos por los físicos como los Teoremas de Noether, publicados en dos artículos en 1918. En estos artículos se estableció la relación entre ciertos grupos de simetría y ecuaciones de la física en el contexto de la teoría de la relatividad. Esto le dio una gran reputación entre físicos y científicos como Norbert Wiener, Hermann Weyl y el propio Einstein, quienes la consideran la "más grande".

Entre 1919 y 1926, Emmy realizó un gran trabajo en álgebra, jerarquizado entre los más importantes del siglo. Se le considera como la madre del Álgebra Moderna, pues no sólo continuó colaborando en teoría de invariantes en el marco de la física teórica sino que trabajó también en lo que se conoce como Teoría de Ideales. Aunque la universidad sigue sin darle un contrato formal, para esa época y ante la continua lucha de Hilbert, ya recibía algo que podía considerarse como una beca.

Uno puede preguntarse por qué Emmy no buscó otra Universidad donde pudiera desarrollar su vida académica sin presiones sociales, con un salario digno y con un claro reconocimiento a su labor, no sólo por parte de sus colegas, que ya se daba, sino por parte de las autoridades universitarias. Pero en ese entonces no era muy distinta la situación en otros sitios y Göttingen, especialmente entre 1923 y 1933, era considerada "La Meca de las Matemáticas".

Con su trabajo, Emmy atrajo a un buen número de estudiantes a los que se les conocía como "los niños de Emmy". Se trataba de un grupo de estudiantes muy talentosos, de doctorado o recientemente doctorados, interesados en colaborar con ella. Asociados a Emmy aparecen nombres de matemáticos muy importantes como su alumno B.L. Van der Waerden, brillante joven que es reconocido como un excelente expositor y que se dedicó entre otras muchas actividades a entender y a promover las ideas de su maestra (como por ejemplo en su libro *Moderne Algebra* que escribió con el material de las clases recibidas de Emil Artin y Emmy Noether). Van der Waerden presentó conceptos complicados de manera accesible, contrariamente a lo que ocurría con Emmy, pues ella verdaderamente cortaba las frases y exponía a gran velocidad nociones difíciles de entender, pero lo hacía con tal entusiasmo y pasión que los alumnos quedaban igualmente contagiados.

También es conocida la colaboración y amistad de Emmy con Alexandroff y Urysohn, que aunque su área de interés era la Topología, tenían puntos de interés en común.

Su carrera en Göttingen se ve abruptamente interrumpida cuando el gobierno nazi expulsó a los profesores judíos de las universidades alemanas. Sin embargo, para ese entonces Emmy, que ya gozaba de reconocimiento y respeto mundial, recibió apoyo de la fundación Rockefeller para salir del país y poder continuar en Pensilvania, Estados Unidos, donde se incorporó al grupo de profesores de Bryn Mawr College.

Una diferencia de su vida académica en Alemania con la que llevaba en Estados Unidos es la amistad personal que la unía a la coordinadora del Departamento de Matemáticas de Bryn Mawr, Ann Pell Wheeler, quien estudió en Göttingen y se doctoró en la Universidad de Chicago. Esto permitió la adaptación fácil de Emmy y apoyo para volver a Europa a un congreso. Además, se le permitió durante 1933 y 1934 impartir semanalmente un seminario en Princeton.

En Estados Unidos también tuvo muchos alumnos que vinieron de otras universidades y de otros países a trabajar bajo su tutela, y el recuerdo que deja en todos ellos es de un gran respeto por el trabajo y por el esfuerzo que ellos realizaban. Se dice que en diversas ocasiones no quiso firmar artículos en los que colaboró con algunos alumnos para que ellos fueran teniendo su propio tra-

bajo y se desarrollaran como investigadores independientes. Desgraciadamente, siendo aún muy productiva y con años de trabajo por delante, murió en 1935 a causa de una complicación después de una cirugía.

Alexandroff, en un homenaje a Noether, mencionó que la propia Emmy fechó los inicios de su principal productividad matemática en 1919-1920, ya que su trabajo en colaboración con V. Schmeidler es un prólogo a su Teoría de Ideales. El impacto de Emmy se dio sobre muchas áreas de la ciencia, pues tanto los conceptos como los métodos algebraicos penetraron diversos campos del conocimiento a partir de sus trabajos e investigaciones. Fue una iniciadora de lo que actualmente se conoce como Teoría de Anillos y la mencionada Teoría de Ideales.[1]

Emmy Noether fue una mujer fuerte e intensa, con un gran carácter; de ideas claras y decisiones firmes. Logró sus metas y no hay duda de que obtuvo el reconocimiento que merecía. Sufrió discriminaciones y persecuciones, sin embargo, defendió sus ideas, su trabajo y sus posiciones políticas. Siempre ha sido recordada como tranquila, cálida y generosa. Cuentan además, que era una gran amiga. Para mí todas estas características hacen de Emmy una persona admirable y ejemplar. Me impresiona mucho que, en su condición de mujer frente a adversidades sociales, perseguida por el nazismo, refugiada lejos de su familia y de muchos de sus amigos y colaboradores más queridos, viviera plenamente, siempre fiel a sus ideales.

Bibliografía

Auguste, Dick. *Emmy Noether, 1882-1935*. Birkhauser, Boston, 1981.

Byers, Nina. *E. Noether's Discovery of the Deep Connection Between Symmetries and Conservation Laws*. Israel Mathematical Conference Proceedings, vol. 12, 1999

Kimberling, C. *Emmy Noether*. Amer. Math. Monthly, 79, (1972) 136-149.

Kimberling, C. *Emmy Noether* (James and Smith, editors, Emmy Noether, A tribute to her Life and Work), Marcel Dekker, New York, 1981. Chapter 1.

Kimberling, C. *Emmy Noether, greatest woman mathematician*. Mathematics Teacher 75, 1982, p.p. 53-57.

DEMOSTRACION DE 0.999999... = 1

Esta es la demostración de que

$$0.999999\ldots = 1:$$

Vamos a proceder a la demostración:

$$1 = 1$$

$$1 = 1/3 + 1/3 + 1/3 = 3/3 = 1$$

$$0.3333\ldots + 0.3333\ldots + 0.3333\ldots = 1$$

y si sumamos:

$$0.9999\ldots = 1$$

EL DIABLO Y EL CAMPESINO

Iba un campesino quejándose de lo pobre que era, dijo: daría cualquier cosa si alguien me ayudara. De pronto se le aparece el diablo y le propuso lo siguiente:
Ves aquel puente, si lo pasas en cualquier dirección tendrás exactamente el doble del dinero que tenias antes de pasarlo. Pero hay una condición debes tirar al rió 24 pesos por cada vez que pases el puente.

Paso el campesino el puente una vez y contó su dinero, en efecto tenía dos veces más, tiro 24 pesos al río, y paso el puente otra vez y tenía el doble que antes y tiro los 24 pesos, paso el puente por tercera vez y el dinero se duplico, pero resulto que tenia 24 pesos exactos y tuvo que tirarlos al río. Y se quedo sin un peso. ¿ Cuánto tenia el campesino al principio?

¿Cuánto tenia el campesino antes de pasar por ultima vez?

PROBLEMAS MATEMÁTICOS

La viejecita en el mercardo:

Una viejecita llevaba huevos al mercado cuando se le cayó la cesta.

- ¿Cuantos huevos llevabas? - le preguntaron,

- No lo se, recuerdo que al contarlos en grupos de 2, 3, 4 y 5, sobraban 1, 2, 3 y 4 respectivamente.

¿Cuantos huevos tenía la viejecita?

Llenar la piscina:

Para llenar de agua una piscina hay tres surtidores. El primer surtidor tarda 30 horas en llenarla, el segundo tarda 40 horas y el tercero tarda cinco días. Si los tres surtidores se conectan juntos, ¿cuanto tiempo tardará la piscina en llenarse?.

En el bar:

Tres amigos van a tomar café. Piden la cuenta y el camarero les dice que son 25 pesetas por los tres cafés. Cada uno pone 10 pesetas, en total 30. Con las 5 que sobran, se queda cada uno 1 peseta, y las otras 2 para el bote del bar. Es decir, cada uno paga 9 pesetas, que por los tres serían 27, más las 2 de la propina, 29. ¿Donde está la peseta que falta?

Incompatibilidad de la Lógica Clásica con la Percepción Actual

Rafael Peñaloza Nyssen.
Lic. Matemáticas Aplicadas, ITAM

Un poco de lógica clásica:

La lógica aristotélica se basa fundamentalmente en proposiciones. Una proposición es una frase que contiene dos términos y un cuantificador. Para simplificar, usaremos únicamente sustantivos y adjetivos (que implican tácitamente sustantivos) como términos.

Existen cuatro tipos de cuantificadores distintos: "todo", "ningún", "algún" y "algún no"; las premisas se denotan por el tipo de cuantificador que utilizan: A, E, I y O, respectivamente. Por ejemplo, una premisa de tipo O es "Algún caballo no es blanco".

Un silogismo es una terna de proposiciones, tal que al tomar dos proposiciones cualesquiera, existe un término que aparece en ambas, pero no aparece en la tercera. Al dar algún orden a las proposiciones, se nombra premisas a las dos primeras proposiciones y conclusión a la tercera. Además, se llama término medio al término que comparten las premisas.

Los silogismos se clasifican en cuatro *figuras* distintas, dependiendo de la posición del término medio: si este es el primer término en ambas premisas, entonces se tiene la tercera figura y la segunda si aparece como segundo término. La primera figura se obtiene con el termino medio en la segunda posición de la primera premisa y en la primera posición de la segunda premisa. La cuarta figura es la otra posible configuración.

Para cada una de estas figuras, existe una lista de palabras que sirven como nemotecnia para recordar aquellos que son correctos; es decir, que siempre que se incluyan dos premisas verdaderas, la conclusión también debe serlo. Para utilizar estas palabras, simplemente hay que tomar las tres vocales que tienen y traducirlas a proposiciones con las características adecuadas.[1]

I.	II.	III.
A - B	B - A	A - B
B - C	B - C	C - B
A - C	A - C	A - C

[1] Una descripción más profunda de los silogismos, junto con una referencia a las distintas palabras se encuentra en http://plato.stanford.edu/entries/medieval-syllogism/ con el cuidado de que ahí aparecen la segunda y tercera figura en orden incorrecto (solo falta verificar cualquiera de los silogismos para comprobar esto).

Por ejemplo, tomemos "Bárbara" de la primera figura. Esto se traduce al silogismo correcto

Todo x es m	(P)
Todo m es y	(P)
Todo x es y	(C)

La particularidad y utilidad de esta estructura consiste en tener una clasificación de todos los posibles silogismos en correctos y no correctos. Entonces, siempre que uno se tope con un silogismo cuyas premisas sean verdaderas, se puede saber rápidamente si la conclusión también lo es. Esta técnica también sirve para obtener un silogismo correcto teniendo únicamente dos proposiciones que servirán como premisas y deduciendo la conclusión.

Deducción de una conclusión:

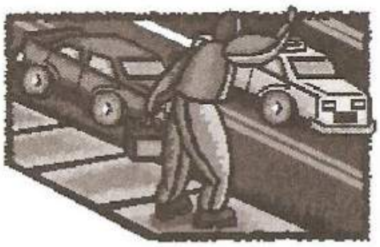
Tomemos ahora tres conjuntos (en un sentido amplio), A, B y C, y la siguiente pareja de premisas:

Todo el que está en B está en A
Todo el que está en B está en C

Estas premisas forman la tercera figura. Ahí encontramos la palabra "Darapti", por lo que la conclusión correcta es:

Alguno que está en A está en C

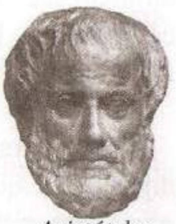
Verifiquemos la validez de esta conclusión con un ejemplo sencillo. Tomemos un país donde los medios para movilizarse son el automóvil o el transporte público. Hay tres tipos de personas: los que utilizan el automóvil y únicamente el automóvil (G1), los que usan transporte público y sólo este (G2) y, por último, los que utilizan ambos medios de transporte (G3). Además, supongamos que todos los que están en el tercer grupo de personas tienen un perico como mascota y son los únicos con esa característica.



Ahora, sea A el conjunto de todos los que utilizan el automóvil, B el conjunto de los que utilizan ambos medios de transporte y tienen un perico como mascota y C el conjunto de los que utilizan transporte público. Entonces las premisas son verdaderas (todo el que utiliza ambos medios de transporte utiliza el automóvil y el transporte público). La conclusión que se deduce de esto es "alguno que utiliza el automóvil utiliza el transporte público".

Supongamos ahora que no hay pericos en este lugar (y por lo tanto no hay nadie que utilice ambos medios de transporte). Entonces la conclusión obtenida es falsa, porque todas las personas pertenecen a G1 o a G2.

¿Cómo es esto posible? La lógica aristotélica se utilizó durante siglos, con la seguridad de la veracidad de las conclusiones obtenidas y, sin embargo, vemos que este silogismo es incorrecto (y no es el único; un ejemplo similar sirve para hacer fallar a Bamalip de la cuarta figura).



Aristóteles

No se dejen llevar por el perico; éste no es necesario para hacer fallar al silogismo. El problema consiste en la interpretación de premisas. Cuando uno aprende lógica en la actualidad, adquiere rápidamente un concepto de "verdad por vacuidad", que básicamente hace que las premisas sean verdaderas: si no hay ningún elemento en B, entonces todos sus elementos están en A. Este concepto era ajeno al desarrollo de la lógica aristotélica. De hecho, una premisa de tipo A es realmente una doble premisa, de tipos I y E; es decir, "todo x es y" significa realmente "algún x es y Y ningún x es no-y".

Por lo tanto, un cuantificador universal implica la existencia. Esto se puede observar al estudiar las reglas de conversión de silogismos dadas por Aristóteles. Según estas reglas, una proposición del tipo A implica una de tipo I ("por accidente"). Esta interpretación es contradictoria con la verdad por vacuidad.

El problema actual consiste en que, en muchas ocasiones, se enseñan ambas interpretaciones simultáneamente y es fácil perder la noción de verdad que debe ser utilizada en cada momento. Esto se agrava con el hecho de que pocas veces se hace explícita esta diferencia, siendo ella crucial para una lógica formal.

Este problema no es grave, pues la lógica aristotélica no es muy usada hoy en día, sustituida por otros tipos de lógica más formales. Sin embargo, aún se estudian tratados de lógica anteriores a los nuevos desarrollos; si estas diferencias no son comprendidas antes, se corre el riesgo de malinterpretar las deducciones hechas en aquellos tiempos.

Variables Aleatorias: ¿Continuas o Discretas?

Horacio González Duhart

Todas aquellas personas que ya pasaron un primer curso de probabilidad están familiarizadas con el término de variable aleatoria. No sólo en carreras como Matemáticas, Actuaría, Ingeniería, etc., sino también en carreras como Economía, Psicología y Administración, este término junto con otros de corte estadístico, son muy usados.

Seguramente en su primer curso de probabilidad les habrán dicho, como me lo dijeron a mí, que las variables aleatorias pueden ser discretas o continuas. Incluso llegamos a ver variables aleatorias que tienen nombre propio distinguiéndolas dependiendo de su función de masa de probabilidades (fmp para las discretas) y su función de densidad (fdd para las continuas).

Uno de los ejemplos más sencillos dentro de las variables aleatorias discretas es la Bernoulli con parámetro $p \in (0,1)$cuya fmp es:

$$X \sim Ber(p) \Rightarrow f_X(x) = p^x(1-p)^{1-x}\mathrm{I}_{\{0,1\}}(x)$$

De la misma forma, un ejemplo de variable aleatoria continua es la Uniforme en el intervalo (a,b) donde $a,b \in R$ y cuya fdd está dada por:

$$Y \sim (a,b) \Rightarrow f_Y(y) = \frac{1}{b-a}\mathrm{I}_{(a,b)}(y)$$

Hasta aquí todo va muy bien, ¿pero éstas son las únicas variables aleatorias? Para que vean que este artículo no es tan sólo una curiosidad teórica a la que se le da la vuelta en los cursos de probabilidad, pondremos el siguiente ejemplo[1] "muy actuarial":

Supongamos que el ITAM, preocupado por su inversión multimillonaria de su nueva biblioteca, la asegura en caso de terremoto. Afortunadamente, la probabilidad de que ocurra un terremoto es muy baja, pues es tan sólo de 0.3. Pero en caso de ocurrir el siniestro, el ITAM podría sufrir una pérdida cualquiera (digamos uniforme) entre \$0 y el valor total de la biblioteca (digamos \$10 000 000). Definamos a la variable Z como el monto equivalente al daño de la biblioteca (haya o no siniestro).

[1] La probabilidad de temblor y el monto de la biblioteca son puestos aquí con fines meramente didácticos, ninguna investigación se realizó para obtenerlos.

4783527350981426893456372829648567585959733420928634530394857612325347756503937612345678909876543213425643993847565757511980964554685959

Esta nueva variable que acabamos de definir, ¿es continua o es discreta? ¿cuál es su fmp? ¿cuál es su fdd?

Claramente podemos ver a nuestra variable aleatoria como el siguiente producto:

$$\begin{aligned} &Z = XY \\ &X \sim Ber(0.3) \\ &Y \sim U(0{,}10000000) \end{aligned}$$

La respuesta es que Z no es continua ni es discreta y no tiene fmp ni fdd. ¿Entonces qué tiene?

Lo que toda variable aleatoria tiene por el simple hecho de ser variable aleatoria[2] es su función de distribución (Fdd) y esta se define así:

$$\begin{aligned} &F_Z : R \to [0{,}1] \\ &F_Z(t) = P(Z \le t) \end{aligned}$$

Y son ya conocidas por todos nosotros sus propiedades:

1. $0 \le F_Z(t) \le 1 \quad \forall t \in R$
2. $x < y \Rightarrow F_Z(x) \le F_Z(y) \quad \forall x, y \in R$
3. $\lim\limits_{t \to -\infty} F_Z(t) = 0 \qquad \lim\limits_{t \to \infty} F_Z(t) = 1$
4. $\lim\limits_{h \to 0^-} F_Z(t+h) = F_Z(t) \quad \forall t \in R$

De hecho, podemos decir que si una función satisface estas cuatro propiedades, entonces existe una única[3] variable aleatoria para la cual esta es su función de distribución. Entonces para hablar de variables aleatorias, podemos fijarnos solamente en sus funciones de distribución.

[2] Las variables aleatorias por definición son funciones medibles sobre el σ- álgebra de Borel.
[3] Puede haber varias variables aleatorias estrictamente distintas con la misma función de distribución, pero se dice que son iguales casi seguramente (o casi dondequiera en el términos de medidas en general)

Denotemos así: $\Im = \{F : R \to [0,1] \mid F \text{ es una Fdd}\}$ al conjunto de todas las funciones de distribución. Dejo como ejercicio al lector probar que éste es un conjunto convexo.

Esto quiere decir, que $\alpha F + (1-\alpha)G \in \Im \quad \forall F, G \in \Im \quad \forall \alpha \in [0,1]$.

Lo interesante de esto es que no importa si combinamos una función continua con una función discreta (escalonada). Lo que obtendremos es una Fdd que no es continua y que tampoco será escalonada. Y más sorprendente aún es que cualquier Fdd se puede descomponer (¿de manera única?) en la combinación convexa de dos Fdd: una continua y la otra discreta.

La demostración de este hecho nos dice la manera de encontrar "la" descomposición:

Dada $H \in \Im$ denotaremos al conjunto de discontinuidades de la función como

$$\Delta = \left\{ t \in R \mid \lim_{h \to 0^-} H(t+h) < H(t) \right\}$$

Entonces, claramente, H es continua sí y sólo sí $\Delta = \Phi$. Si el conjunto de discontinuidades es no vacío, se tiene que es a lo más infinito numerable (¿porqué?[4]) y lo podemos indexar de la siguiente forma: $\Delta = \{t_1, t_2, t_3, \ldots\}$

Si Z es la variable aleatoria cuya Fdd es H, entonces podemos calcular la probabilidad de que la variable caiga en el conjunto de discontinuidades:

$$P(Z \in \Delta) = \sum_{t \in \Delta} P(Z = t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[H(t_n) - \lim_{h \to 0^-} H(t_n + h) \right]$$

Aquí observamos que la función será escalonada sí y sólo sí $P(Z \in \Delta) = 1$. En cualquier otro caso, la Fdd no será continua ni discreta. Entonces definimos las siguientes funciones:

[4] Demostrar que una función acotada tiene un conjunto a lo más infinito numerable es un ejercicio típico de análisis matemático y por eso no pondré la demostración.

$$G(t) = P(Z \le t \mid Z \in \Delta) = \frac{\sum\limits_{t_n \le t} P(Z = t_n)}{P(Z \in \Delta)} = \frac{\sum\limits_{t_n \le t} \left[H(t_n) - \lim\limits_{h \to 0^-} H(t_n + h) \right]}{P(Z \in \Delta)}$$

$$F(t) = P(Z \le t \mid Z \notin \Delta) = \frac{H(t) - P(Z \in \Delta) G(t)}{1 - P(Z \in \Delta)}$$

$$\Rightarrow H = [1 - P(Z \in \Delta)] F + P(Z \in \Delta) G$$

De cierta manera es intuitivo ver que ambas funciones son Fdd pues lo único que se está haciendo es condicionar a la función original, es un pequeño cambio de la medida original. De la misma forma, debe ser claro que G es discreta y F es continua; sin embargo una demostración formal me tomaría mucho más espacio.

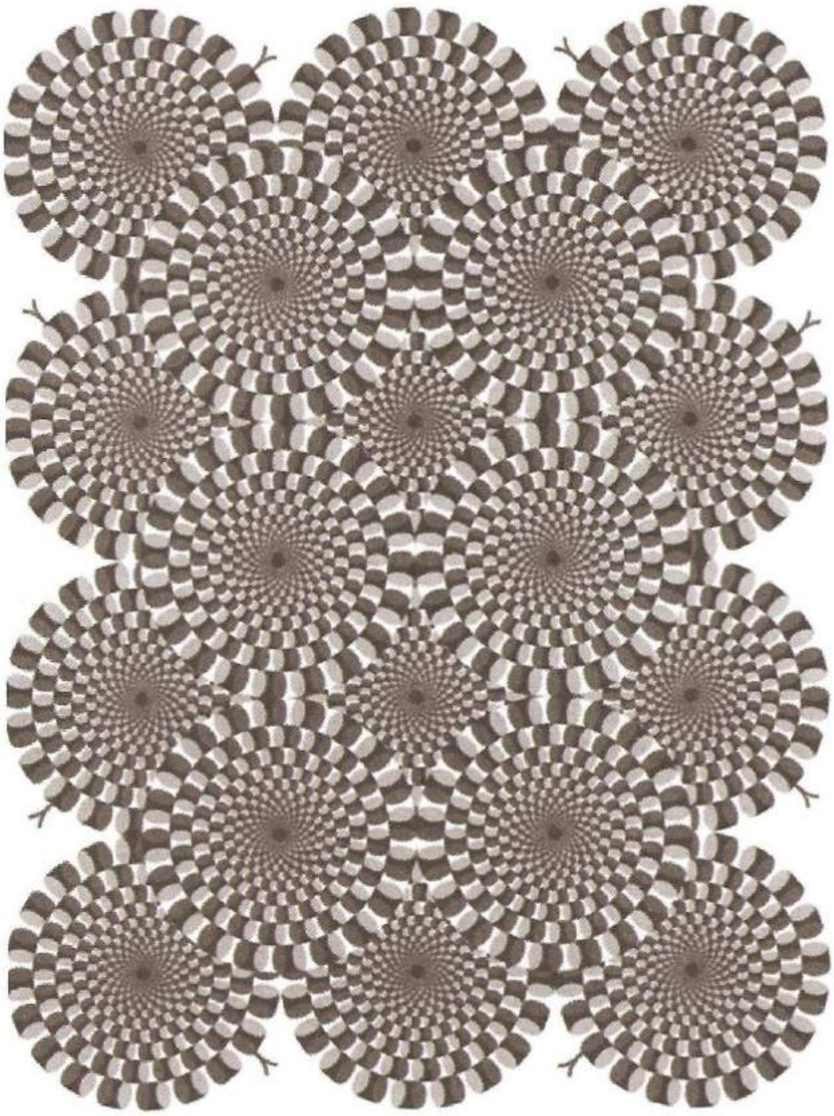
Hay muchas otras "cosas raras" que se suelen evitar en la mayoría de los cursos de probabilidad como "las míticas condiciones de regularidad[5]" o ¿cuándo las variables aleatorias tienen fdd? Este tipo de preguntas entre otras como generalizaciones de la probabilidad, diversos tipos de convergencia, ¿qué es realmente una variable aleatoria? se contestan llevando un curso de Teoría de la Medida, que aunque es una materia eminentemente teórica[6], facilita la comprensión de muchos conceptos de otras tantas materias como probabilidad, estadística, procesos estocásticos e incluso análisis matemático.

Por último, recomiendo, para aquellos que sientan que los cursos de probabilidad o análisis les quedan chicos, llevar este curso que les va a quedar justo a la medida.

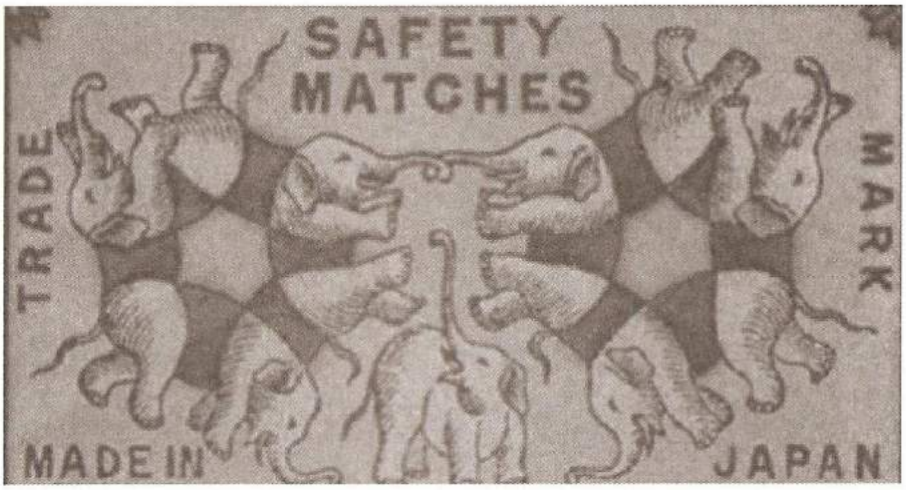
[5] En estadística se "abusa" del "hecho" de que se pueden intercambiar las operaciones de integración y derivación justificándose en unas ciertas pero "míticas condiciones de regularidad".

[6] La materia podría incluso llamarse Análisis Matemático 3 pero en mi opinión, una persona no puede llamarse a sí misma probabilista sin haber cursado Teoría de la Medida.

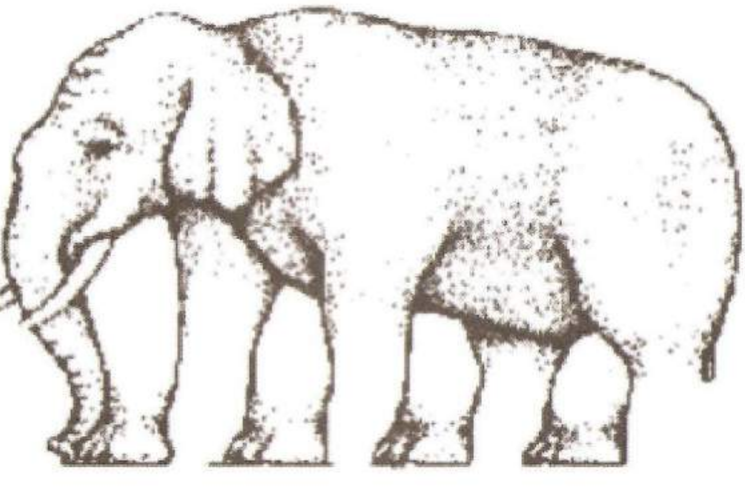
¿SE MUEVE?



¿CUÁNTOS ELEFANTES HAY?



¿CUÁNTAS PATAS TIENE EL ELEFANTE?




TI-89 Titanium
La calculadora más avanzada de Texas Instruments
CONECTIVIDAD
Incluye Puerto USB y cables de conexión
MEMORIA
3 veces más memoria que la TI-89 (2.7 mega bytes disponibles para el usuario)
APPS POTENTES
Aplicaciones incluidas: EE*Pro, CellSheet™, Symbolic Math Guide y más!
IDEAL PARA:
• Cálculo
• Ingeniería
• Ecuaciones Diferenciales
• Algebra Lineal
• Finanzas
• Estadstica Avanzada estadística
TEXAS INSTRUMENTS
education.ti.com/latinoamerica

Carl Friederich Gauss.

Eleazar Perez Montes
Ingeniería en Control, INP
xmoclam85@yahoo.com.mx

Gauss logró calcular la órbita que seguiría el asteroide Ceres, demostrando que las variaciones en los datos experimentales podían representarse mediante una curva.

El primer día del siglo XIX es famoso, entre otras cosas, porque fue entonces cuando el monje astrónomo siciliano Giuseppe Piazzi (1746 – 1826) descubrió Ceres, un asteroide de 900 km de diámetro que fue bautizado así en honor de la diosa de los campos, patrona de Sicilia. Aquella nueva "estrella" cambiaba de posición entre las estrellas de Tauro noche tras noche, pero Piazzi dudaba de si sería un cometa o un planeta.

Matemáticas puestas al servicio del cálculo orbital.

El secreto para saberlo se encontraba en la forma de su órbita alrededor del Sol, pues los cometas tienen una trayectoria de elipse mucho más achatada.

Tras observarlo durante 21 noches, en las que Ceres se desplazó por el cielo unos 3 grados, el objeto se ocultó tras el disco solar. Hecho el anuncio, eran muchos los astrónomos en Europa que buscaban el lugar donde reaparecería la nueva estrella. Las matemáticas podrían servir de ayuda, pero no eran el fuerte de Piazzi y, de hecho, él no consiguió hacer los cálculos que permitirían volver a localizarla.

El prestigioso astrónomo barón Francis Xavier von Zach (1754-1832) escribió sobre el tema en julio de aquel año, y hasta llegó a manifestar dudas sobre la existencia de Ceres. Los datos de Piazzi fueron publicados en septiembre. Y aquí es cuando Carl Friederich Gauss entró en escena.

Karl Friedrich Gauss

A finales de aquel verano, Gauss, con 24 años, había publicado ya la más importante de sus obras, *Disquistiones Aritmeticae,* un libro de difícil lectura pero pleno de genialidades matemáticas. Ya había decidido dedicarse a la astronomía, y se puso con ilusión a calcular la órbita del objeto descubierto. Algunos de los datos de posición tomados por Piazzi constaban como "dudosos" y otros como "muy inciertos". Gauss seleccionó tres puntos, y a partir de ellos trató de ver el tipo de curva que encajaba con el resto.

La clave era averiguar con qué grado de error podían considerarse los números anotados.

En poco más de un mes, Gauss llegó al cálculo de una elipse perfecta, y cuando por fin Zach volvió a descubrir el asteroide Ceres, el día 7 de diciembre, fue en el lugar exacto que los cálculos de Gauss habían predicho.

Durante aquel proceso, Gauss demostró que las variaciones en los datos experimentales podían representarse mediante una curva simétrica que hoy conocemos como "campana de Gauss". El valor más probable coincide con el máximo de la curva que expresa las frecuencias, mientras que los valores que más se desvían de la media son más escasos, más improbables.

Gauss ya había inventado a sus 18 años el llamado "método de mínimos cuadrados", que independientemente publicó Adrien–Marie Legendre en 1806 y que es de crucial importancia en todos los estudios en los que debe concluirse el valor de una medida a partir de un número alto de valores experimentales. La ley de Gauss, relativa a la distribución normal de errores, y su curva en forma de campana (también llamada de Gauss – Laplace) son hoy bien conocidas por todos los estudiantes de estadística. Se trata de la distribución más frecuente en teoría de errores.

Un precoz genio atraído por la astronomía.

Cuando se realiza una serie de medidas experimentales, el error de cada una es resultado de un conjunto de causas independientes. Algunas medidas son mayores que la media y otras menores, pero unas y otras se producen en igual cantidad. Al representar en el eje horizontal las medias obtenidas, y en el eje vertical, el número de veces que se obtiene cada valor, obtenemos lo que se llama un histograma de frecuencias. Si se eliminan los errores sistemáticos –por ejemplo, los debidos a los instrumentos de medida- el conjunto obtenido se distribuye de forma simétrica alrededor de la media, definiendo una curva en forma de campana. El máximo de esta curva se considera el valor más probable de la medida. Si nos movemos hacia valores extremos, altos o bajos, la frecuencia va disminuyendo.

Muchas variables se distribuyen de acuerdo con esta forma de campana, como la altura de las personas en una población, el número de chícharos en una vaina o de gajos en una naranja, el consumo de un producto en una ciudad o el volumen de agua contenido en una botella de litro. Gauss encontró la ecuación de esa curva que representa muchas veces la distribución de valores de caracteres morfológicos, fisiológicos, sociológicos, psicológicos y otros.

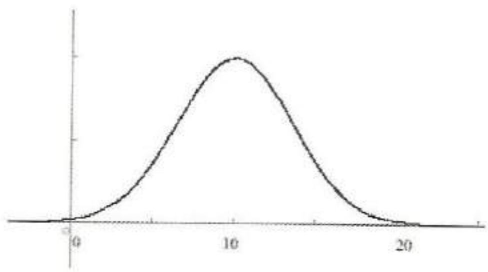


Figure 1

4783527350981426893456372829648567585959733420928634530394857612325347756503937612345678909876543213425643993847565757511980964554685959

CRUCIGRAMA DE NÚMEROS

Se trata de rellenar los cuadrados en blanco con números de una cifra de manera que la serie de números que pongáis debajo de las casillas blancas sumen el número que hay en la casilla coloreada.

Donde como en los crucigramas normales:

- Serie son las casillas en blanco entre dos casillas coloreadas, y
- Si en una casilla coloreada el número esta por debajo de la diagonal es que se refiere a la serie que está por debajo suyo, mientras que si el numero esta por encima de la diagonal se refiere a la serie que está a su derecha.

\	22\	28\	12\	\	29\	6\	16\
\24				5\17			
\42							
\11			8\7			14\	19\
\	18\11			17\10			
\17					12\16		
\7			\27				
\8			\9				

Testamento de Beethoven.

Ludwig van Beethoven
Heiglnstadt, 6 de octubre de 1802

A mis hermanos Carl y Johann

«¡Oh semejantes míos, que me toman o que me denuncian, como triste, malhumorado, o mezquino, qué gran mal me hacen! No saben la causa secreta de lo que me hace presentar tal aspecto. Mi corazón y mi disposición desde mi niñez, se inclinaban hacia los sentimientos tiernos de la buena voluntad y yo siempre me inclinaba hacia las grandes acciones, pero consideren que durante seis años yo he caído bajo una condición incurable y empeorada por médicos insensatos, engañado durante años con una esperanza de mejoría y finalmente expuesto a la contemplación de una dolencia duradera, la curación de la cual podrá llevar años o tal vez sea imposible.

Nacido con un temperamento ardiente y lleno de vida, incluyendo una disposición de entretener a la sociedad. A temprana edad tuve que aislarme para vivir una vida solitaria. Si a veces trataba yo de pasar por alto todo esto, qué grande golpe fue el de experimentar las deficiencias de mi oído; más aún no me era posible pedir a las personas «que hablaran más fuerte, que gritaran, porque yo era sordo». De qué manera debía yo admitir la debilidad en uno de los sentidos que debía haber sido más perfecto para mí que en otros; un sentido que yo antes poseía en la mayor perfección, una perfección como pocos de mi profesión hayan experimentado ¡Oh, no lo puedo hacer! Perdónenme entonces si me ven alejarme cuando debía estar allegándome al mundo.

Mi infortunio me da un dolor doble cuando trato de hacer que otros comprendan. La recreación en la sociedad humana, los pasajes más deleitables de la conversación, las confidencias; ninguna de estas cosas es para mí; ya sólo, nada menos que las exigencias más grandes pueden lograr que yo me exponga a la vida social. Yo tengo que vivir como un exiliado; si estoy en compañía de otros, cae sobre mí un terrible temor, el temor de que lleguen a saber de mi condición. Así ha sido durante estos últimos seis meses que he pasado en el campo, bajo órdenes de mi buen médico, en los que he tratado de proteger todo lo posible mi oído. Su prescripción concordó con lo que ha llegado a ser casi natural para mí, aunque a veces por mis deseos de asociarme con otros me he dejado engañar; pero qué humillación cuando alguien parado junto a mí oía una flauta y yo nada oía, o cuando alguien oía al pastor en su canto y de nuevo yo nada oía. Varias veces llegué casi a la desesperación; un poco más y hubiera puesto fin a mi vida. Fue mi arte lo único que me detuvo; parecía imposible partir de este mundo sin dar a saber todo lo que sentía en mí; y así es que volví a encaminarme por esta desdichada vida; un cuerpo tan sensible que un cambio un poco repentino puede alterar mi estado de muy bien a muy mal.

Paciencia (esa es la palabra, ella es la que tengo que tomar como mi guía; lo he hecho) espero que mi resolución de perdurar sea constante, hasta que los inexorables faros corten el hilo. Puede ser que las cosas mejoren, pero puede ser que no; estoy preparado (tan pronto en mi año 28 de vida se me exige volverme filósofo; no es fácil; más difícil para un artista que para cualquier otro. Oh Dios, Tú ves hasta mis entrañas. Tú me conoces, Tú sabes que el amor hacia el hombre y la inclinación a la beneficencia moran dentro de mí. Oh mis semejantes, cuando posteriormente lean esto, crean que me han hecho mal; y el desafortunado que se consuele encontrándose un compañero en la mala fortuna, quien, a pesar de todos los obstáculos naturales, no ha dejado de hacer todo lo que esté a su alcance para formar filas con los artistas y los buenos hombres)» Entonces se dirige a sus hermanos: «mi deseo es que tengan mejor vida que yo, con menos preocupaciones: Exhorten a sus hijos a la virtud, esto solamente puede traer la felicidad, no el dinero, yo hablo de la experiencia; aquello fue lo que me sostuvo aun en la miseria, a aquello y a mi corazón tengo que agradecer que no haya terminado mi vida con el suicidio.

Adiós, ámense los unos a los otros. Doy gracias a todos mis amigos, especialmente al Príncipe Lichnowski y al Profesor Schmidt. Yo quiero que los instrumentos del Príncipe Lichnowski permanezcan bajo el cuidado de alguno de ustedes, pero que no haya contiendas entre ustedes acerca de ellos; únicamente cuando les puedan ayudar a lograr algo más útil, véndanlos sin demora.

Qué gozoso estaré si aun bajo la tierra puedo serles útil .Que sea con gozo que yo apresuradamente camine hacia la muerte y la vea cara a cara. Si viene antes que yo haya tenido la oportunidad de desenvolver todas mis capacidades artísticas, a pesar de mi dura suerte, vendrá demasiado pronto, y yo seguramente desearé que venga más tarde, pero aún así estoy contento ¿Acaso no me libra de un estado de sufrimiento incesante? Ven cuando quieras, yo te haré frente con valor.

Adiós y no me olviden del todo en la muerte, yo merezco esto de ustedes, de quienes en mi vida he pensado con frecuencia, deseándoles felicidad ¡Que así sea!»

4783527350981426893456372829648567585959733420928634530394857612325347756503937612345678909876543213425643993847565757511980964554685959

A Primer of Mathematical Writing

Por Steven G. Krantz
Revisión por Gustavo Preciado

Es muy frecuente la imagen que concibe a quienes se dedican a la Matemática como unas personas constantemente inmersas en aisladas introspecciones, que trazan ciertos símbolos ininteligibles y, en ocasiones, conversan con sus cofrades en un lenguaje igual de críptico.

Mi impresión personal, después de varios años de trabajar con ellos y conocer a algunos bastante bien, es que la gran mayoría de quienes trabajan de una u otra manera en matemáticas, dedican la mayor parte de su tiempo a leer lo que otros escriben y a escribir para que otros los lean.

A lo largo de varios siglos de un constante y cada vez más intenso intercambio de comunicación impresa, la literatura matemática ha construido sus propias formas de expresión escrita, así como sus respectivos y diversos estilos.

Aunque algunos, frecuentemente entre los más jóvenes, no estén convencidos de ello, escribir matemáticas no es lo mismo que escribir novela o poesía. La escritura en matemáticas tiene siempre, como un objetivo primordial, la efectividad en la comunicación de las ideas, efectividad que se entiende siempre en el sentido de conseguir que quien lee entienda, de manera clara, las ideas que quien escribe quiere comunicarle.

Lo que se considera un estilo eficaz es distinto naturalmente, si el escrito es un artículo de investigación dirigido a especialistas, o uno de exploración sobre el estado general de cosas en un área determinada, un escrito de enseñanza, un ensayo de divulgación, la construcción de una plática, las notas de clase para una lección particular o aún la elaboración de una tarea o un examen.

Para muchos de nosotros, el aprendizaje de un estilo más o menos efectivo de comunicarnos por escrito en matemáticas, se ha dado de manera semejante a como aprendimos a entender, a investigar y a enseñar matemáticas, esto es, por ensayo y error y por la atenta observación a lo que hacen los maestros.

Nadie, especialmente en matemáticas, se atreve a poner en duda el valor de abrevar de buenas fuentes. En este sentido, la buena escritura es casi siempre precedida y constantemente acompañada por la buena lectura, y en los templos de los matemáticos hay siempre algunos nichos ocupados por algunos clásicos de la literatura matemática.

Sin embargo recientemente, y esto significa en los últimos diez años, han aparecido algunos textos en los que sus autores se avocan a describir, desde su propia experiencia y punto de vista, los elementos básicos de estilo para escribir en las diferentes formas que se usan para redactar en matemáticas.

Uno de los últimos libros de este tipo es al que se refiere esta revisión. Con más de cien artículos publicados y alrededor de quince libros editados, Krantz nos ofrece una guía para recorrer un territorio que conoce muy bien. Este es un libro breve y de lectura agradable, que se ocupa tanto de asuntos generales y de principio, en relación a la comunicación escrita de temas matemáticos, así como de algunas cuestiones de naturaleza concreta y práctica, como la elaboración de transparencias, el uso de recursos computacionales como procesadores de texto, correctores gramaticales y de estilo y el uso de Internet.

En mi opinión cualquier persona que intente mejorar su desempeño como escritor de matemáticas, especialmente los estudiantes, encontrará en los dos primeros capítulos una rica colección de consejos y recomendaciones, algunos generales y otros específicos, sobre diversos puntos que aparecen frecuentemente en todo escrito sobre matemáticas. Uno que recurre de manera constante a lo largo del texto, enfocado desde las distintas perspectivas expuestas, es el de tener siempre claro, antes y durante la elaboración de cualquier escrito el propósito, el destino y el modo del mismo, esto es, ¿qué es lo que se quiere decir?, ¿a quién se le quiere decir? y ¿cómo se lo quiere decir?
Esto puede parecer una obviedad, y tal vez se piense lo mismo y aún más respecto a las secciones dedicadas a la correcta escritura de una definición, o el enunciado y la prueba de un teorema en distintos contextos. Quizá varios pensemos que no hay mucho que puedan enseñarnos respecto a las maneras correctas y efectivas de escribir matemáticas. De cualquier manera es probable que una ojeada a los primeros capítulos de este libro nos de algunas sorpresas.

LABERINTO

Righel Der Vogel
www.lume.org

Destellos de luz que eluden
A mis ojos cansados de oscuridad,
Mientras de las sombras emergen ,
Imágenes increíbles.

Mágicos rayos de oro engañando a
Mis sentidos y dejándome ciego.

Ahí esta la entrada prohibida de mi
Imaginación, dentro están los túneles
Del laberinto de mi mente.

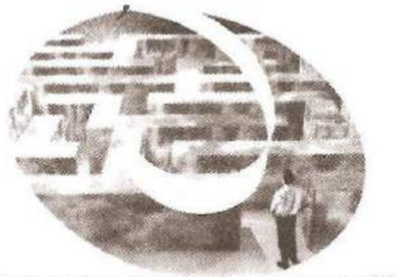
El pórtico de los sueños se ha derrumbado
Y en sus ruinas descansa el cruel recuerdo
De lo que pudo haber sido.

De los escombros de derrota aun queda en pie
las heridas que no sanaran hasta que se desmorone.

En las cavernas de la locura me perderé,
Hasta que la oscuridad extinga la llama.

Túneles de engaño en que las tentaciones
Muestran las salidas falsas.

Taciturnos árboles se mecen bajo la fría brisa,
Mientras que en sus cavidades se asoma el
Rostro de la muerte.



Julien Clinton Sprott