Shippona T. Kikuchi

Laberintos e infinitos

Número 9

Verano
2004

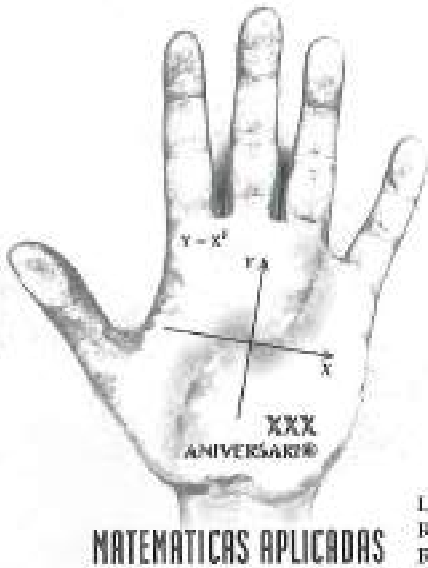
Índice

http://laberintos.itam.mx
laberintoseinfinitos@yahoo.com.mx
En la portada: *fractal de Shippona T. Kikuchi*
shippona@f-scenery.com
http://www.f-scenery.com

Editorial

El segundo año del laberinto se desenvuelve en el espacio, como un fractal que nos muestra una de sus variantes, que mantiene la armonía de su precedente a la vez que es otro completamente, parte de él y sin embargo otro.

Copartimos el regocijo de nuestro segundo año de vida y trabajo con el XXX aniversario de la carrera de Matemáticas que ha dado vida y casa a este medio de difusión, en nombre de todos los que aquí nos hemos formado dedicamos un especial agradecimiento y una grata felicitación a nuestros formadores.



Lorelei
Ramírez
Reyes

Se terminó de imprimir en Verano de 2004, en la imprenta:
I. M. Impresores S. A. de C. V.
Andrés Molina Enríquez 825, Col. San Andrés Tepetlico, Iztapalapa, C. P. 09440.
El tiraje fue de 2000 ejemplares.

Esta revista es gratuita y se publica trimestralmente.

Biología y matemáticas: la pareja escencial

Jorge X. Velasco Hernández
Programa de Matemáticas Aplicadas y Computación
Instituto Mexicano del Petróleo
velascoj@imp.mx

Desde mediados del siglo pasado la biología se ha colocado en un lugar prominente del desarrollo científico mundial. Algunos dicen que así como los principios del siglo XX fueron los años de los grandes descubrimientos de la física que revolucionaron tecnología, filosofía y muchas otros aspectos culturales, los principios del siglo XXI serán de la biología. Paralelo al desarrollo de la biología la aplicación de métodos cuantitativos para la descripción, explicación, análisis y predicción de procesos biológicos se ha incrementado significativamente. La época de los biólogos *cuentapatas* ha quedado atrás; ahora practicamente cualquier área de la biología requiere de la aplicación de, al menos, métodos estadísticos que permitan dilucidar causas y efectos en los fenómenos estudiados. Mi objetivo en esta corta contribución es presentar un barrunto de lo que significa modelar un proceso biológico. No hay una única manera de hacerlo, hay muchas—algunos dicen que modelar es un arte. En cualquier caso todo depende del conocimiento y originalidad del modelador. Conozcamos una de muchas formas de hincarle el diente a la biología matemáticamente hablando. El ejemplo que quiero presentar es largo y no cabe en el espacio del que dispongo pero espero dejar al lector o lectora suficientemente picado como para que pregunte, averigue (me escriba) para saber más.

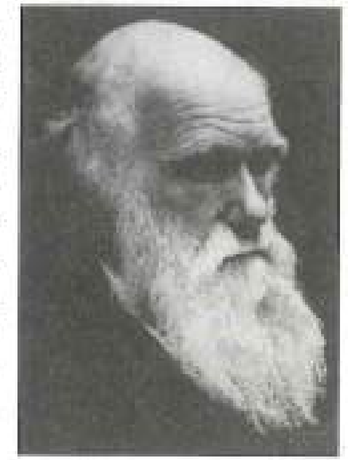
Charles Darwin formuló sus ideas acerca de la evolución por selección natural basándose en observaciones sobre variaciones en los llamados fenotipos de los organismos que dependen de la acción de muchos genes. Ejemplos de estos caracteres fenotípicos son la talla, capacidad de almacenamiento de lípidos, número de inflorescencias entre otros. Naturalmente su transmisión genética es compleja y para su estudio se han desarrollado técnicas estadísticas importantes dedicadas a la caracterización y análisis de estos llamados caracteres poligénicos. Estos caracteres expresados por los organismos dependen de una gran diversidad de factores, algunos de origen genético y otros de origen ambiental. De aquí en adelante les denominaremos caracteres cuantitativos.

Muchos caracteres cuantitativos tienen una distribución de fenotipos que puede ser descrita por el fenotipo promedio y por la varianza del mismo. Si pudieramos medir un caracter cuantitativo específico, por ejemplo talla, de todos los individuos de una población podríamos calcular el valor de la media μ y varianza σ^2 en la población. Desafortunadamente en una población, que puede estar compuesta de cientos o miles de organismos, medirles la talla a todos es tarea poco menos que imposible. Pero si contamos con una muestra representativa de la población, es decir, con un subconjunto de individuos de la población que represente toda la posible variabilidad que el caracter en la población original, no todo está perdido pues con ella es posible estimar los valores de la media y varianza poblacionales μ y σ^2, a través de la media x y varianza s^2 muestrales.

Es tiempo ahora de centrarnos sobre un particular problema: ¿cuando ocurrirá la extinción o la permanencia de una población que subitamente se encuentra en una ambiente o entorno nuevo y distinto al usual?

Para resolverlo recurriremos a un modelo básico de crecimiento poblacional. Si N(t) denota la abundancia o número de individuos de la población al tiempo t, entonces tenemos que podemos predecir la abundancia de la población al siguiente tiempo con la ecuación $N(t+1)=\lambda N(t)$, donde λ es la llamada *tasa finita* de incremento de la población. El lector puede verificar que si $\lambda>1$, la población crecerá de manera exponencial y que si, por el contrario $\lambda<1$, la población se extinguirá eventualmente. Antes de pasara a la siguiente definición matemática es conveniente que repasemos muy brevemente el concepto de nicho ecológico de una especie. De una manera elemental el nicho ecológico es el conjunto de condiciones ambientales y bióticas que una población requiere para su supervivencia. Ahora bién, un habitat dado estará dentro del nicho ecológico de una población, si en él ésta incrementa su tamaño, es decir, si tiene en ese habitat $\lambda>1$; el habitat estará fuera del nicho ecológico si la población en él se reduce en abundancia, es decir, $\lambda<1$. A las poblaciones que se encuentran en su nicho llamaremos poblaciones «fuente», pues son productoras netas de individuos, mientras que aquellas poblaciones

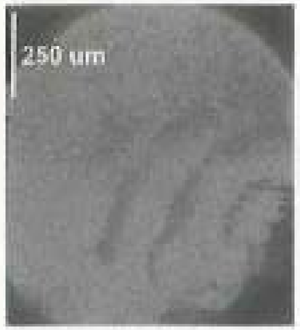
que se hallen fuera de su nicho ecológico las llamaremos poblaciones «sumidero» pues son deficientes en la producción de individuos. Con estas caracterizaciones estamos en condiciones de decir que ante un ambiente nuevo ocurre una evolución de nicho si la población pasa de ser una población sumidero a ser una población fuente en ese ambiente nuevo. El problema que queremos estudiar es entonces bajo qué condiciones una población expuesta a un ambiente nuevo desfavorable evoluciona hacia una población fuente. Note el lector que si la población evoluciona de la manera dicha habrá «expandido su nicho» pues estará viviendo en condiciones y lugares que antes le impedían subsistir.



Supongamos entonces que nuestra población N(t) se encuentra en un ambiente desfavorable. Dado que del valor de λ depende si la población es fuente o sumidero y que estaremos hablando de evolución supondremos que λ depende del tiempo, es decir $\lambda=\lambda(t)$ resultando nuestro nuevo modelo $N(t+1)=\lambda(t)\,N(t)$. La población inicial la denotaremos por No y la λ inicial será λo que es, por definición, necesariamente menor que uno pues la población está fuera de su nicho ecológico. Si la población no evoluciona tendremos que λ no cambia y, por lo tanto, podemos predecir la abundancia de la población para cualquier tiempo t mediante la fórmula $N(t)=\lambda^t No$.

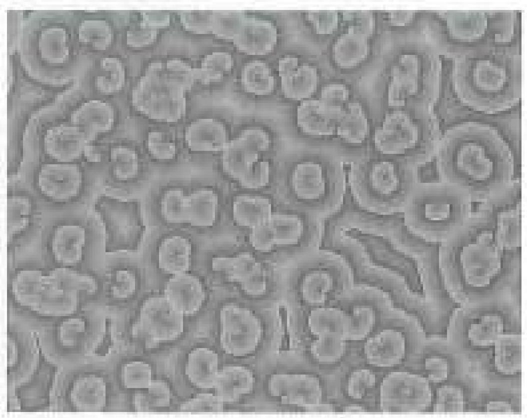
Vamos a suponer ahora que existe una abundancia crítica, que denotaremos por Nc tal que si la población llega a ella la probabilidad de una extinción inmediata es muy alta. Con esta suposición podemos estimar ahora el tiempo a extinción, t_E mediante la fórmula t_E =(lnNc - lnNo)/(ln ëo). Este tiempo nos indica el número de generaciones que le llevará a una población sumidero llegar a la extinción. El modelo entonces nos permite concluir que sin evolución la extinción de la población es inevitable.

Ahora ha llegado el momento de hacer nuesro primer experimento matemático sobre la evolución de la población. Es intuitivamente claro que si la población evoluciona lo suficientemente rápido podrá escapar extinción; es decir, si ë(t) rebasa el valor de 1 antes de que pasen t_E generaciones, la población se salvará. Supongamos ahora que la ë tiene la siguiente dinámica (el lector deberá tomar como artículo de fé que esta hipótesis es biológicamente correcta; de hecho está basada en el llamado teorema fundamental de la selección natural): ë(t+1) = ë(t) + ä, es decir, la la tasa finita de incremento se incrementa en una cantidad fija ä constante en cada generación. Por lo tanto ë(t) = ëo + ät, como el lector o lectora podrá facilmente comprobar. Podemos calcular ahora en qué tiempo t_C, ë llegará al valor de 1. Retamos al lector o lectora a verificar que $t_C = (1 - \text{ëo})/\text{ã}$. Concluímos entonces que la población se convertirá en fuente en el ambiente nuevo, es decir, se habrá adaptado a él, unicamente si $t_C < t_E$. Si esta desigualdad no es satisfecha, la población se extinguirá irremediablemente.



Mucho más puede deducirse de este modelito pues puede también complicarse, "hacerse mas realista", puede volverse estocástico lo que significa que puede introducirse en el variabilidad aleatoria y muchas otras cosas tanto matemáticas como biológicas. Pero eso será para otra ocasión pues ya estoy excedido del espaci que generosamente me han otorgado los editores. Antes de concluir, sin embargo, quisiera expresar una idea que considero muy importante.

La matemática aplicada a la exploración de sistemas biológicos me gusta compararla con un microscopio. Existen microscopios de muchos tipos, desde los más sencillos que sirven para capturar características morfológicas en escalas de milímetros hasta aquellos que permiten observar micro y ultraestructuras a escalas de medida sumamente pequeñas. Es claro que no cualquier microscopio sirve para cualquier fin. Si me interesa simplemente determinar la familia de una colección de artrópodos uso un tipo de microscopio adecuado y no uno electrónico. El microscopio es entonces una herramienta experimental que permite conocer aspectos de la naturaleza. Es obvio pero importante mencionar que aunque el microscopio es fundamental para cierto tipo de problemas biológicos no lo es para todos, en algunos ni siquiera se usa. Así es con la matemática. La matemática es un microscopio metodológico que nos permite describir, explicar o predecir fenómenos. La variedad de métodos y técnicas matemáticas que se han desarrollado a lo largo de los siglos proporcionan una gama considerable de herramientas para resolver muchos tipos de problemas biológicos. Pero no todo problema biológico requiere del uso intensivo o extensivo de técnicas matemáticas o, alternativamente, no existe una única manera de modelar un proceso. Y aquí termino.



Hasta la próxima.

Demostración de que 4=3

Suponemos que $a^2 = b^2 + c^2$, entonces:

$a^2 = 4a^2 - 3a^2$ y,

$b^2 = 4b^2 - 3b^2$ y,

$c^2 = 4c^2 - 3c^2$, entonces:

$4a^2 - 3a^2 = (4b^2 - 3b^2) + (4c^2 - 3c^2)$

$4a^2 - 4b^2 - 4c^2 = 3a^2 - 3b^2 - 3c^2$

$4(a^2 - b^2 - c^2) = 3(a^2 - b^2 - c^2)$

$4=3$

¿ Puede ser que 4=5 ?

Pues aquí se demuestra, ... claro que las matemáticas no siempre son exactas...

16-36 = 25-45

16-36+(20+1/4) = 25-45+(20+1/4)

16-36+(81/4) = 25-45+(81/4)

16-36+(9/2)2 = 25-45+(9/2)2

42-2·4·(9/2)+(9/2)2 = 52-2·5·(9/2)+(9/2)2

Ahora tenemos en los dos miembros un binomio de Newton desarrollado:

(4-9/2)2 = (5-9/2)2

4-(9/2) = 5-(9/2)

Por lo que:

4 = 5

Hacia la no-existencia del no-pensamiento

Rafael Peñaloza Nyssen
Ex-alumno Matemáticas Aplicadas ITAM
rpenalozan@yahoo.com

René Descartes
(1596-1650)

"Se encontraba René Descartes en una acalorada discusión con otro filósofo de la época, cuyo nombre ya ha olvidado la historia. Viéndose el otro filósofo acorralado y casi vencido por los argumentos de Descartes, soltó un fuerte insulto. Descartes, tranquilamente, levantó su brazo derecho y dijo:
-'No pienso...' y phuufff; desapareció al instante."

Hace poco me topé, por accidente, con este chiste (o con uno muy parecido que me he tomado la libertad de adaptar un poco, aunque sin cambiar la esencia) y debo confesar que me causó la gracia suficiente para repetírselo a mi madre, sin reparar en el enorme error que estaba cometiendo. Cuando mi madre terminó de escucharlo, emitió una pequeña risa (yo creo más por compromiso que por verdadera hilaridad) y luego afirmó: -"¡Claro! Si no piensa, no existe!" En ese momento lo noté; había caído víctima de uno de los errores más comunes en la lógica.

Recomiendo al lector que aún no haya notado el error tomarse un minuto para meditarlo antes de continuar con la lectura. Para poder mostrar el error, es necesario describir de forma explícita todas las afirmaciones que aparecen en el chiste. En primer lugar, para que tenga sentido y gracia, el chiste presupone la veracidad de la famosa frase de René Descartes *cogito ergo sum:* pienso luego existo, o de una forma más simbólica:

Pienso => Existo.

Esto es una premisa que usaremos para llegar a la conclusión.

Ahora agreguemos otra premisa, que corresponde a las palabras de Descartes: "No pienso". En total, tenemos la siguiente conjunción de premisas: (Pienso => Existo) Y (No Pienso). De ellas se obtiene la conclusión No Existo.

El error consiste en una mala interpretación del significado cabal de la primera premisa. En ella se afirma que si Piensa, entonces debe ocurrir que Existe; entonces, ¿qué pasa si no piensa? No lo sabemos. Tanto puede suceder que Exista como que No Exista.

Para entender mejor este punto, pongamos otro ejemplo. Tomemos la afirmación "Si me cortan el corazón en 4 partes con un cuchillo, me muero" suponiendo que todos la tomaremos como verdadera (yo, por mi parte, lo hago). Escribiendo esto simbólicamente, se tiene:

Corazón 4 Partes Cuchillo => Muero

¿Qué pasa si NO me cortan el corazón en 4 partes con un cuchillo? No puedo afirmar que no me muero, pues pueden ocurrir muchas otras cosas por las que puedo perder la vida (siguiendo por el camino trágico, por ejemplo, podría recibir 3 balazos en el cerebro y morir).

Regresando al ejemplo inicial, la contrapuesta de la premisa, es decir la frase que es verdadera siempre que la premisa lo es y sólo en esos casos, es:

No Existo => No Pienso.

Intuitivamente, esto es cierto pues si No Existo, no es posible que Piense pues de ser así, aplicando la premisa tendría que Existo, lo que nos lleva a una contradicción.

En general, siempre que se tenga una premisa de la forma p => q, su contrapuesta es no(q) => no(p). Para demostrar esto, recordemos la definición de la implicación en términos de negaciones y disyunciones.

Tenemos que p => q es equivalente a (no(p) Ó q). Esto es lo mismo que (q Ó no(p)) que a su vez se puede escribir como (no(no(q)) Ó no(p)) que se traduce a no(q) => no(p) por lo que queda demostrada la equivalencia de la contrapuesta con la premisa original.

Como ya dije antes, este es uno de los errores más comunes en la lógica y por lo mismo hay que tener mucho cuidado con él. No es raro encontrar que una demostración falaz lo es por una mala interpretación de una implicación, o una mala aplicación de la contrapuesta. Sin embargo, no todo está perdido; a final de cuentas, si no cometiéramos errores, no existirían estos chistes.

El Síndrome de Condicionamiento Mental

José Ignacio Téllez Rodríguez
nacho@emtel.net.co
Universidad del Cauca, Colombia.

Hay investigadores en matemáticas que consideran que un paso metodológico fundamental en la investigación es hacer inicialmente un inventario completo y cuidadoso de los antecedentes y el marco teórico en relación con el problema que se proponen investigar. Esto incluye mantenerse al día, en cuanto sea posible, de los avances de sus pares. Tales investigadores consideran que, por una parte, conocer muy bien el estado del arte sobre el tema los previene de realizar esfuerzos inútiles (por ser repetitivos) y, por otra parte, un dominio lo más amplio posible del bagaje teórico en que se apoya el problema les permite disponer de recursos que en cualquier momento pueden ser importantes para su trabajo.

Un fiel exponente de esta filosofía de trabajo fue David Hilbert. Cuando en cierta ocasión se le preguntó por qué él, a diferencia de muchos matemáticos, no intentaba resolver el Último Teorema de Fermat, respondió [B]:

> *Antes de comenzar tendría que dedicar tres años a hacer un estudio intensivo, y no dispongo de tanto tiempo para malgastar en un probable fracaso.*

Un episodio que ilustra también el tema ocurrió en 1948 mientras la matemática Julia Robinson avanzaba en el desarrollo de su tesis doctoral bajo la dirección del lógico Alfred Tarski. Ella estaba tratando de probar que **Z** es definible (en el sentido técnico de la lógica) en **Q**. Su esposo, Raphael Robinson, relata así la forma en que Julia encontró la solución [FW, p. 815]:

> *Yo conocía el teorema de los tres cuadrados y ayudé a Julia a encontrar cómo eliminar el factor* **2** *de los denominadores de los números racionales. Pero el teorema de los tres cuadrados agotaba mi conocimiento de las formas cuadráticas ternarias, y Julia no sabía nada acerca de ellas. Ella comenzó a buscar material relevante en la literatura. No tenía idea de que la teoría era más simple sobre* **Q** *que sobre* **Z**. *Miró una gran cantidad de cosas que no fueron útiles. Pasaron varios meses antes de que encontrara el artículo de Hasse [la clave de la solución]. Luego*

tuvo que encontrar formas apropiadas para eliminar los diferentes primos de los denominadores. Precisamente el hecho de que las formas ternarias representan la mayoría de números con unas pocas excepciones es lo que hace posible la definición. Las formas binarias representan muy pocos números, las formas cuaternarias, demasiados. Recuerdo haberle comentado lo bueno que hubiese sido encontrar fórmulas para eliminar todos los primos y, mejor aún, encontrar una sola fórmula que las combinara a todas. Pero ella también encontró cómo hacer esto. La prueba habría sido mucho más fácil para alguien que ya supiera del trabajo de Hasse. Pero creo que aquellos que lo conocen nunca han oído acerca del problema de Tarski. A menudo ocurre que las herramientas para resolver un problema son conocidas, pero no para la gente que trabaja en el problema.

Para otros investigadores en matemáticas, el conocimiento del estado del arte del problema y el dominio de las minucias del marco teórico respectivo constituyen más un lastre que una ayuda. Ellos temen al síndrome de condicionamiento mental: Enterarse de las ideas de otros, de los caminos iniciados por otros, de las técnicas desarrolladas por otros, puede contaminar la creatividad del investigador desvirtuando su propia inspiración, aquella que podría ser precisamente, con suerte, la clave de la solución. Tales investigadores prefieren entonces aventurarse en su propia investigación ignorando hasta donde sea posible todo aquello que pueda inducir «corrientes parásitas» en su propio pensamiento.

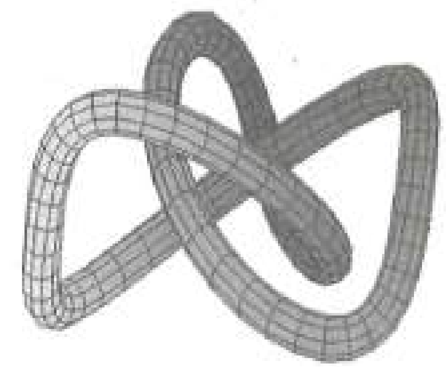
El caso de John Forbes Nash, Jr., el hombre de la «mente brillante», es una desconcertante mezcla, aparentemente contradictoria, de ambos tipos de investigador descritos. En efecto, en algunas ocasiones Nash dio muestras de apreciar la erudición. Por ejemplo, todo indica que no solo era capaz de absorber en poco tiempo ingentes cantidades de información sino que, de hecho, lo hacía. Según Hans Weinberger, uno de sus compañeros en el Carnegie Institute of Technology (hoy Carnegie–Mellon University) [Na, p. 60]:

Nash sabía mucho más que cualquiera y trabajaba en cosas que nosotros no podíamos comprender. Poseía un enorme bagaje de conocimientos; conocía la teoría de los números hasta el último detalle.

Cuando ingresó al programa de doctorado en Princeton continuó en la misma tónica. Uno de sus compañeros en ese programa, el matemático John Willard Milnor, medallista Fields en 1962, describe así su impresión al respecto [Na, p. 87]:

Nash se mostraba interesado por casi todas las disciplinas matemáticas —topología, geometría algebraica, lógica, teoría de juegos— y, al parecer, asimiló una tremenda cantidad de conocimientos sobre todas ellas durante el primer curso.

El mismo Nash, en su discurso de recepción del Premio Nobel de Economía en 1994, reconoció haber «estudiado matemáticas con una profundidad considerable» en Princeton [Na, p. 87]. Sin embargo, en otras ocasiones, también pareció desestimar la erudición. Así, es desconcertante constatar que, según otro de sus compañeros, «no hay nadie que recuerde haber visto a Nash con un libro durante su doctorado; de hecho leía sorprendentemente poco» [Na, p. 88]. Más desconcertante aún es que Nash «sostenía que no había que leer, con el argumento de que aprender demasiadas cosas de segunda mano ahogaba la creatividad y la originalidad. Era una actitud de aversión frente a la pasividad y a la renuncia a ser dueño de uno mismo» [Na, p. 88].



Por otra parte, en ocasiones dio muestras de interés en el trabajo grupal. Por ejemplo, durante su doctorado, Nash parece haber sido comunicativo y no se cohibía al pedir ayuda. Según Milnor, «muchos matemáticos trabajan principalmente en solitario, a él le gustaba intercambiar ideas» [Na, p. 92]. Pero en otras ocasiones -la mayoría- optó por el trabajo individual. Así, cuando trabajó en la RAND, «Nash evitaba, por lo general, mantener mucho contacto con los demás. Rara vez hablaba de sus propias investigaciones; cuando lo hacía, era con unos pocos elegidos y, habitualmente, no pretendía pedir ayuda (...)» [Na, p. 142]. Según relatan testigos de esta faceta de investigador solitario del genio [Na, p. 197]:

La capacidad de Nash para soportar la soledad, su gran confianza en sus propias intuiciones y su indiferencia ante las críticas (...) le fueron de gran utilidad. Estaba acostumbrado a trabajar duramente; lo hacía en su despacho del MIT, principalmente de noche -a partir de las diez y hasta las tres de la madrugada-, fines de semana incluidos, «sin más referencias que su propia mente» y su «suprema confianza en sí mismo», según cuenta un observador.

Otros fueron testigos de su estilo absolutamente independiente para investigar. Alex Mood, quien desempeñó el cargo de director de la RAND por la época en que Nash trabajó allí, llegó a quedar fascinado ante las exhibiciones de autonomía intelectual del genio [Na, p. 141]:

Cuando encontraba un problema, se sentaba y lo abordaba inmediatamente; a diferencia de algunos colegas suyos, no se ponía a revolver la biblioteca para ver qué era lo que ya existía en relación con el tema.

Pero Nash también es un ejemplo del riesgo que puede correr el investigador solitario que teme al síndrome de condicionamiento mental. Dos episodios de la vida investigativa de Nash ilustran esta afirmación. El primero ocurrió en 1956, cuando Nash asombró una vez más al mundo al resolver un importante problema abierto, extremadamente difícil, en el campo de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Ideó una genial técnica de solución que aún hoy asombra a los especialistas. Sin embargo, en enero de 1957, alguien descubrió que un joven matemático italiano desconocido había resuelto el mismo problema, y publicado la solución, unos meses antes que Nash. Fue un duro golpe para Nash, obsesionado por ser siempre el primero. Después de ganar el premio Nobel, expresó así la decepción que sufrió en aquella ocasión [Na, p. 261]:

Tuve cierta mala suerte, ya que, al no hallarme suficientemente informado del trabajo de otras personas en aquel campo, sucedió que estuve trabajando en paralelo con Ennio De Giorgi, de Pisa, Italia, y fue él, verdaderamente, el primero que consiguió llegar a la cumbre (del problema, descrito en términos figurativos), por lo menos en lo referente al caso, particularmente interesante, de las ecuaciones elípticas.

El segundo episodio ocurrió aparentemente a comienzos de 1958, cuando por boca del mismo Nash se supo que estaba trabajando en el problema abierto más importante de las matemáticas puras modernas, la Hipótesis de Riemann. Varios matemáticos que se enteraron de los detalles del intento de Nash le advirtieron «que sus ideas ya se habían tratado de poner en práctica otras veces y no habían llevado a ninguna parte» [Na, p. 275]. Según otro matemático que mantenía contacto con Nash por aquel entonces:

Para una persona que no sea una rata de biblioteca, es un terreno donde resulta muy arriesgado internarse. Si uno tiene un destello de inspiración y a partir de él descubre una línea a seguir, en el primer momento de iluminación cree que ha recibido una revelación, pero eso es muy peligroso.

De acuerdo con el matemático Paul Cohen, medallista Fields en 1966 y quien también mantuvo contacto con Nash en aquella época [Na, p. 283]:

(...) era imposible hacer lo que él pretendía, y no me parecía que la idea de Nash fuera digna de que se le prestase atención, pues la hipótesis de Riemann no se puede resolver de aquel modo. (...) cualquier experto habría dicho que sus ideas eran ingenuas. Lo que yo admiraba de él era su enorme seguridad en sí mismo, incluso para hacer conjeturas: si hubiera acertado, habría demostrado tener una intuición de nivel estratosférico. Sin embargo, resultó ser simplemente una idea errónea más.

Finalmente, como era de esperarse, Nash no logró resolver el problema y, para colmo de males, el desmedido empeño que puso en esta quijotesca empresa significó un alto precio para él, pues «el ansia irrefrenable por escalar aquel pico -el más difícil y peligroso de todos- desempeñó un papel central en su derrumbe» [Na, p. 275]. En efecto, casi enseguida comenzó a experimentar los primeros síntomas de la terrible enfermedad mental que lo aquejó durante los treinta años siguientes.

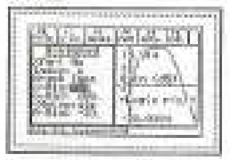
NOTA: Este es sólo un fragmento de "**Sobre algunos misterios de la investigación en matemáticas**", artículo que se puede leer en http://www.nacho.unicauca.edu.co/

education.ti.com/ti

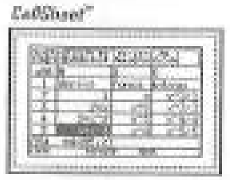
TI-89 Titanium

¡Aumenta la capacidad de tú TI-89 Titanium! Añadele nuevas Apps disponibles en education.ti.com/ti usando el cabe USB (incluido).

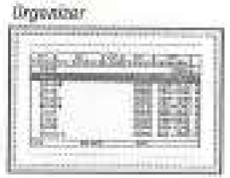
*EE*Pro*



CellSheet™



Organizer



TEXAS INSTRUMENTS

Características incluidas

- Cable USB a PC
- Cable de conexión unidad a unidad (USB)
- Sistema de Algebraico Computacional (CAS)
- Solución de ecuaciones diferenciales
- Operaciones de álgebra lineal
- Manejo de ecuaciones con unidades físicas de medición
- Solución de sistemas de ecuaciones
- Conversión de unidades y constantes
- Software para ingeniería

Recursos en la red

- Tutoriales gratuitos
- Manuales y guías electrónicos
- Grupos de discusión y preguntas frecuentes

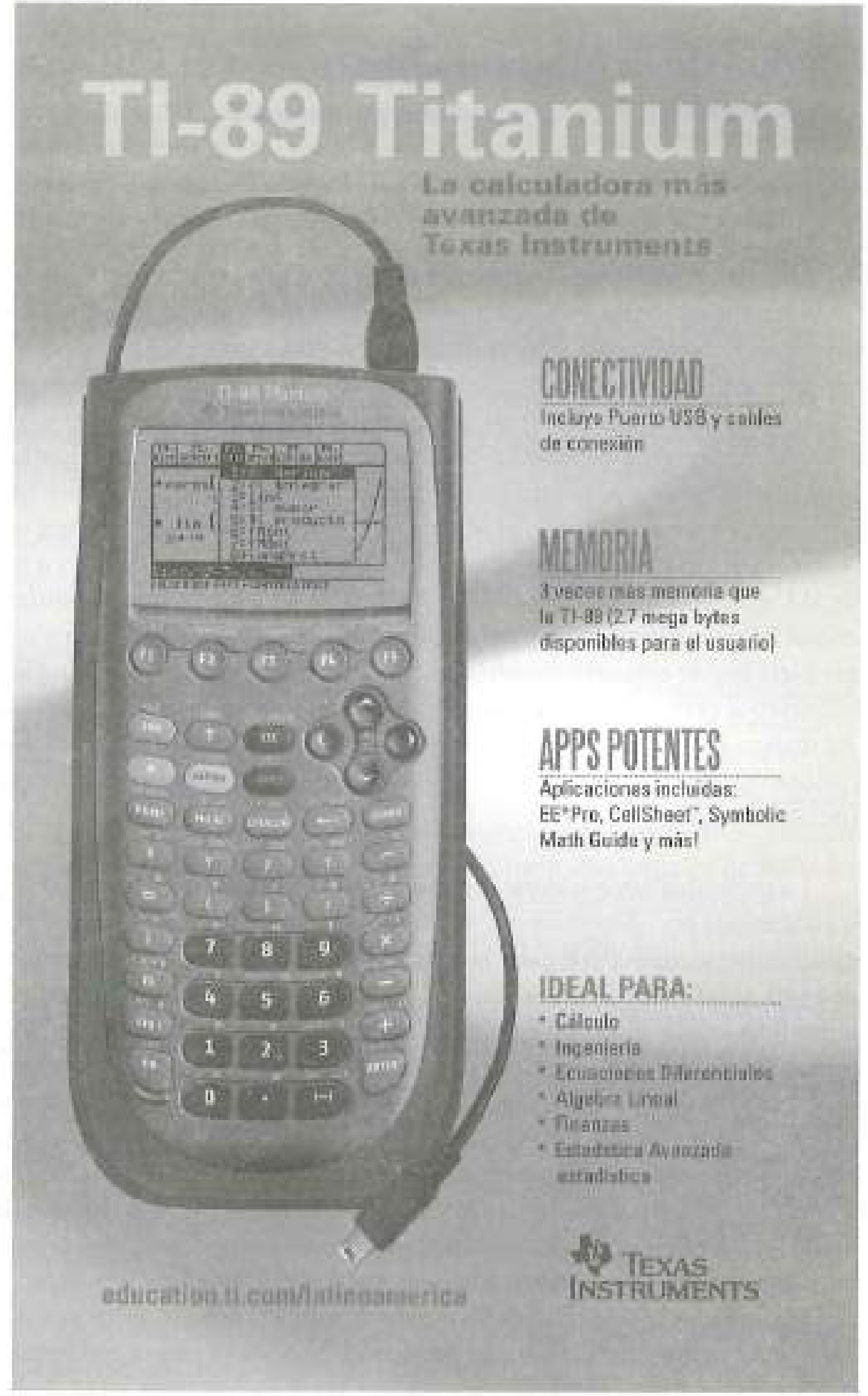
¿Dónde Comprar?

Para contactar a tu distribuidor más cercano visita:

education.ti.com/latinoamerica

Otras Apps disponibles:

- *Calculus Tools*
- *Solución de Ecuaciones Simultaneas*
- *Localización de Raíces Polinomios*
- *Estadísticas*
- *Symbolic Math Guide*
- *ME*PRO*
- *EE200*
- *Finanzas*



El Enigma de la Materia Obscura en el Universo

Dr. Luis G. Cabral-Rosetti
Depto. de Física de Altas Energías
Instituto de Ciencias Nucleares
ICN-UNAM

Uno de los problemas más importantes a los que se enfrenta la cosmología actual es la determinación de los componentes del Universo, es decir, la historia y evolución del mismo. Esencialmente, estos constituyentes están a su vez formados por materia y energía del vacío. El estudio de este aspecto se basa en el interés de poder explicar al Universo tal cual es observado actualmente, así como el de poder entender su origen, desarrollo y curso futuro. Dentro de las observaciones astronómicas que se han hecho a lo largo de mucho tiempo, se ha encontrado que la dinámica de ciertos objetos, es decir, su movimiento y las causas que lo producen, no corresponde a la que cabría esperar dadas las mediciones de la luz que se recibe de los mismos. Los astrónomos pueden estudiar al Universo a través de la luz que reciben de los objetos que la emiten. Esta proporciona información sobre la velocidad, distancia y movimiento, entre otras cantidades, del objeto que se esta observando. Gracias a esta información, se ha llegado a la conclusión de que existe «algo» que influencia el movimiento de los objetos en el Universo, de tal manera que altera al mismo por medio de su interacción gravitacional siendo esta la única evidencia de su existencia debido a que no se ha observado su influencia por medio de otra manera.

La necesidad de considerar la existencia de la materia obscura en el Universo ha sido establecida por observaciones astronómicas a muy variadas escalas, desde el nivel galáctico hasta cúmulos de galaxias. Varias de las propuestas que han surgido para tratar de explicar este hecho sugieren desde la existencia de «materia exótica», es decir, materia que interactúa muy débilmente con la materia ordinaria, hasta modificaciones no relativistas de la mecánica Newtoniana e incluso teorías que no incluyen a la relatividad general. El hecho es que la materia obscura es uno de los componentes más importantes del Universo y su naturaleza es completamente desconocida. Por ejemplo, a escala galáctica, diversas observaciones indican que las curvas de rotación, es decir, el movimiento coplanar orbital del gas en las partes exteriores de las galaxias, son constantes para valores grandes del radio luminoso; las inconsistencias surgen en el momento en que queremos aplicar un análisis newtoniano para explicar el problema. De acuerdo con la mecánica newtoniana, la velocidad de las curvas de rotación debería decrecer conforme nos alejamos del centro galáctico, lo cual no sucede. Esto lleva a pensar que existe algún

tipo de materia que no se detecta salvo por su interacción gravitacional con la materia ordinaria. Dentro de las explicaciones más aceptadas, se encuentra la suposición de que existe un «halo esférico de materia obscura de naturaleza aún desconocida» que rodea a la galaxia y que contribuye como la materia que se necesita para producir el comportamiento plano de las curvas de rotación. El «Problema de la Materia Obscura» constituye una de las interrogantes más importantes a ser resueltas por la física actual.

Los Candidatos a Materia Obscura

La materia obscura es generalmente dividida en dos grandes subgrupos (además de Hot Dark Matter (HDM) y Cold Dark Matter (CDM)); aquellos compuestos por material bariónico y no bariónico. Los candidatos bariónicos emiten únicamente radiación de cuerpo negro extremadamente débil, y los mejores candidatos son agregados no masivos de partículas, más que partículas individuales. Los candidatos no bariónicos son neutros, es decir, no tienen carga eléctrica, por lo que no hay interacciones electromagnéticas con el resto de la materia así que no puede haber ningún tipo de radiación emitida por estas partículas.

Candidatos Bariónicos

El hecho de que la materia obscura tenga la misma velocidad rotacional que la materia luminosa llevó a pensar que ambos podían estar hechos del mismo material bariónico. Los objetos de este tipo son llamados Objetos Astronómicos Compactos Masivos del Halo o MACHOs por sus siglas en inglés. Dentro de los candidatos se encuentran estrellas enanas blancas (o enanas negras, equivalentemente), ya que hay evidencia que indica que los halos galácticos están formados hasta en un 50% de enanas blancas. Otros candidatos incluyen enanas cafés, objetos del tipo de planetas como Júpiter, estrellas infrarrojas, estrellas de neutrones, agujeros negros, etc.

Un método usado en la búsqueda de este tipo de objetos consiste en la detección de microlentes gravitacionales de la luz que proviene de estrellas distantes. Así como la luz de los cuasares puede ser deflectada en arcos de segundo por alguna galaxia masiva que se encuentre alineada entre el mismo y la Tierra, la luz recibida por la estrellas distantes resultaría amplificada por algunos de estos objetos que se encontraran en el halo de la Vía Láctea debido a su campo gravitacional. El proyecto EROS (Expérince de Recherche d'Objects Sombres) conducido en Chile estudia la luz de las estrellas para ver si su luz se encuentra amplificada.

Dentro de los candidatos bariónicos para formar la materia obscura, se encuentran las enanas cafés, planetas del tamaño de Júpiter, en los cuales la temperatura de sus núcleos no llegó al valor necesario para producir fusión en el hidrógeno. La única energía irradiada es debida a contracción gravitacional, por lo que son difíciles de detectar a menos que estén localizados cerca de la Tierra. Para saber si este tipo de candidatos pueden formar a la materia obscura, es necesario calcular su número, ya que su masa es conocida. El proyecto EROS observó dos eventos asociados a microlentes en Diciembre de 1990 y Enero de 1991, y en Enero - Febrero de 1992, el tiempo promedio fue de aproximadamente 30 días para cada uno, implicando una masa de 0.7 Masas Solares en el rango de enanas blancas o negras.

En 1996 se anunció que se habían encontrado un total de siete MACHO's utilizando «microlensing» con telescopios en Australia al estudiar 9 X 10^6 estrellas. El tiempo promedio para los siete objetos fue de dos meses y medio, y todos estuvieron en el rango de masa de las enanas blancas. Con base en esto, se asumió un valor para la masa total del halo y se llegó a que más del 50% del mismo podría estar en la forma de enanas blancas; a juzgar por el número de eventos, se supuso que estos podrían ser agujeros negros extremadamente pequeños, pero teniendo en cuenta que el componente mayoritario fueran enanas blancas. Las estrellas que se convierten en enanas blancas son muy masivas, expulsando la mayoría de su masa cuando mueren. Un halo compuesto de enanas blancas necesitaría que nuestra galaxia tuviera una gran cantidad de materia interestelar a través del halo, mucho más de lo que se cree que tiene, además de una gran cantidad de estrellas masivas que tuvieron que existir en el mismo en alguna época pasada. Sin embargo, no hay suficiente número de ellas para formar toda la materia obscura necesaria y como se vio en la sección anterior, el tipo de materia que se está buscando es del tipo no bariónico.

Aunque no hay suficiente número de enanas cafés o blancas para constituir toda la masa oculta del Universo, las galaxias de baja luminosidad o «Low Surface Brightness galaxies» (LSB), galaxias difusas con una luminosidad de 5 a 20 veces más débil que la de las galaxias comunes, también hacen una contribución. Este tipo de galaxias no contribuye para toda la materia obscura del Universo, sin embargo, el valor exacto no está determinado ya que su número es aún desconocido. Conforme los telescopios mejoran, más galaxias de este tipo son descubiertas, y se sabe que contienen una gran cantidad de materia obscura debido a las medidas de sus curvas de rotación, que es otra contribución a la cantidad total de materia obscura del Universo.

Las estrellas de neutrones, con una masa M entre 1.4 y 2 Masas Solares, mayor al «límite de Chandrasekhar», probablemente no son un componente mayoritario de la masa de la materia obscura; las estrellas que forman estrellas de neutrones tienen

masas que se encuentran alrededor de 10 Masas Solares y aproximadamente 8 Masas Solares de material es expulsado durante el proceso de explosión de supernova para ser usado en la formación de nuevas estrellas o remanentes de gas interestelar. Entonces, si existe un número significativo de estrellas de neutrones, la mayoría de las galaxias habrá tenido que pasar por el proceso de las supernovas, y esto habría llevado a una gran formación de elementos más pesados, más de la que es observada actualmente, ya que mucho material fue reusado.

Los Principales Candidatos Bariónicos son:
a) Agujeros negros
b) Gas Interestelar
c) Polvo Interestelar

Candidatos No Bariónicos

Las contribuciones de materia obscura de origen bariónico y no bariónico a la masa total del Universo pueden acotarse por medio de la cantidad de Helio que se produjo de los bariones en el Universo temprano. Esto lo explica la teoría de la Nucleosíntesis en el Big Bang. Cuando el Universo tenía un segundo de edad, la proporción del número de neutrones al de protones era de N_n/N_p = 0.2 (el neutrón tiene una masa de 1.29 MeV/c^2 y es más masivo que el protón). Había un neutrón por cada cinco protones. Cuando la temperatura del Universo bajó a 0.1 MeV, comenzó la producción de deuterio de la reacción

$$n + p \rightarrow D + \text{fotón}$$

Un neutrón aislado tiene una vida media de 11 segundos, en el momento en que la producción de deuterio comenzó, N_n/N_p era alrededor de 0.14. A esto le siguió una cantidad de deuterio, protones y neutrones formando núcleos de helio. Suponiendo que todos los neutrones formaran núcleos de helio, se puede encontrar la abundancia primordial del mismo, la cual es igual a

$$(2N\_n/N\_p)/(1+N\_n/N\_p) = 0.25$$

Este valor, determinado experimentalmente, fija la abundancia de helio primordial y concuerda con el valor predicho por la Nucleosíntesis del Big Bang, que se encuentra entre 23 - 25 % de la masa del Universo. La abundancia de helio, así como de otros elementos menos comunes producidos en el Big Bang tales como deuterio y litio, ayuda a fijar límites sobre el valor de Omega B. Algunos otros elementos formados en pasos intermediarios de la producción de helio son demasiado inestables para ser tomados en cuenta. Un incremento de la cantidad Omega B significaría un incremento en la producción del helio y un decremento en la abundancia del deuterio, las reacciones que producen el helio son muy eficientes. Por el contrario, un decremento en Omega B significa una disminución en la producción del helio. De aquí que las abundancias del helio sirvan para fijar cotas sobre esta cantidad.

La materia obscura no bariónica es dividida en dos categorías como ya se mencionó antes; HDM y CDM. Las partículas de materia obscura fría también son llamadas WIMPs (por las siglas en inglés Weakly Interactive Massive Particles), tienen masas más grandes y se mueven más lentamente que las que pertenecen a HDM. Como ya se mencionó, esto es importante para la formación de la estructura galáctica.

Los Principales Candidatos No Bariónicos son:
a) Neutrinos.
b) Campos Escalares.
c) Axiones.
d) WIMPs.
e) Neutralinos, Axinos, Gravitinos, etc.

Entre los resultados más importantes a escala galáctica se encuentran las mediciones de las curvas de rotación del Hidrógeno neutro en el siglo pasado. Como se mencionó antes, la velocidad de rotación atribuida a este componente no decrecía en la forma que cabría esperar de acuerdo a las leyes de Kepler y el teorema del virial, sino que continuaba de forma aproximadamente constante con un valor de 200 km/s. Este hecho, junto con el incremento de la razón M/L conforme la distancia al centro de la galaxia aumenta, las órbitas de las galaxias binarias, movimientos aleatorios de galaxias en cúmulos y la distribución de gas a temperaturas altas en los mismos, lleva a establecer la existencia de un halo masivo cuya simetría se asume esférica y que rodea a las galaxias, principalmente a las galaxias espirales. Entre los estudios que se han hecho en este tipo de galaxias se ha podido llegar a la conclusión de que solo se ha estudiado del 5 al 10 % de la materia que compone al Universo, aunque es aceptado que su componente principal, actualmente, es la energía del vacío o constante cosmológica.

La cantidad y naturaleza de la materia obscura en el Universo afecta la formación de estructuras en el mismo, sobre todo en su época temprana, cuando las fluctuaciones cuánticas en la densidad de energía determinaron el tipo de estructuras que se iban a formar debido a la atracción gravitatoria producida por las mismas.

La clasificación más genérica dada a la materia obscura esta subdividida en dos clases; fría y caliente, relacionadas directamente con el valor atribuido a su masa y la velocidad con la que esta se mueve, ya que la materia obscura es considerada eléctricamente neutra. El tipo de estructura que se puede formar a partir de cada clase es muy distinto debido a la forma en que las inestabilidades gravitacionales, que llevan a la formación de estructura, son alteradas por la velocidad con la que esta materia se mueve. Entre menor sea la masa y mayor la energía cinética, más fácilmente será que las estructuras que tiendan a formarse sean alargadas y de escalas del tipo de cúmulos galácticos y supercúmulos. Por el contrario, entre mayor sea la masa del candidato a considerar y menor su energía cinética, estructuras pequeñas como galaxias serán favorecidas en mayor número. Esta clase de predicciones ha sido contrastada con las observaciones hechas para poder discriminar los modelos que las proponen y considerar distintos tipos o combinaciones que incluyen materia fría y caliente al mismo tiempo, "materia obscura tibia" (WDM).

Además de la clasificación mencionada, la materia obscura se subdivide en candidatos bariónicos y no bariónicos; este hecho obedece a que los candidatos bariónicos (polvo, gas, enanas blancas, enanas cafés, agujeros negros, etc.) necesitan ser considerados en cantidades que afectan de manera inadmisible la teoría de Nucleosíntesis y que no concuerdan con las observaciones llevadas a cabo en su búsqueda, con lo cual es posible considerar otro tipo de candidatos que surgen naturalmente en el modelo estándar y en sus extensiones. De esta forma, las posibles combinaciones que se pueden hacer y su repercusión en la formación de estructura y la abundancia de elementos primordiales tienden a complicar el análisis debido a que, como se ha expuesto anteriormente, dentro de la construcción de los modelos que consideran estos candidatos, hay que tomar en cuenta la forma en que los términos añadidos a la teoría o al Lagrangiano que los producen afectan las ecuaciones y en qué momento de la evolución del Universo se produce el rompimiento de la simetría que da lugar a que adquieran masa y se distingan como entes aparte, a partir de lo cual hay que analizar cómo la subsecuente evolución de los mismos afecta las formación de estructura y de los elementos primordiales.

Además de lo anterior, es necesario considerar el hecho de que existe evidencia que apunta a que el Universo se encuentra en un periodo de expansión acelerada, resultado contrario a lo que se espera a partir de la teoría del Big-Bang Nucleosíntesis, en la cual hay una singularidad inicial después de la cual el Universo se desacelera, aunque se encuentra en expansión. Esto lleva a considerar que hay otro componente adicional a la materia obscura y bariónica causante de la aceleración. La llamada "Constante Cosmológica" o energía del vacío propuesta por Einstein y que es añadida como un término extra a la teoría o al tensor de energía momento, y cuya ecuación de estado es negativa, con lo cual el efecto gravitatorio contrario al usual es producido. La forma en que esta componente altera la expansión del Universo tiene que ver con el hecho de que las respectivas densidades de los componentes del mismo evolucionan de una manera distinta con el factor de escala y, por consiguiente, con el tiempo mismo. La combinación de todos ellos (radiación, materia bariónica, materia obscura, constante cosmológica), lleva a que en la época actual sea esta última la que domina. La naturaleza de esta constante cosmológica es de naturaleza desconocida; es el principal componente del Universo actualmente de acuerdo a los datos que se exponen antes, en menor proporción la materia obscura y posteriormente la materia bariónica (gas, polvo, estrellas, etc.).

El escenario presentado de esta manera adquiere muchos elementos que no están determinados y cuya naturaleza permanece desconocida. En primer lugar, a nivel galáctico, el principal componente, la materia obscura, permanece como un "algo" a ser determinado; el problema no consiste únicamente en sugerir candidatos que puedan formarla, sino que hay que considerar la forma en que pueden ser detectados, cómo pueden surgir de una teoría que los produzca y que su cantidad y características en número y masa puedan ser observados. A nivel cosmológico, las consideraciones también incluyen que la composición de estos candidatos no afecte las abundancias de los elementos primordiales predichos por Nucleosíntesis, que se ajusten a las observaciones de la estructura a gran y pequeña escala del Universo y el hecho de que el Universo mismo sigue una época de expansión acelerada requiere la consideración de otro componente, la constante cosmológica, incluida para poder obtener la aceleración dado que su ecuación de estado es negativa y que, de acuerdo a observaciones recientes, el modelo que la propone como el componente principal del Universo (Constante cosmológica + materia obscura fría) parece ser el más favorecido.

De lo anterior se puede considerar al campo de la materia obscura como un área de muchos retos y posibilidades, ya que incluye campos muy variados de la física actual, desde la cosmología y observaciones astronómicas, hasta teorías supersimétricas en física de partículas elementales que tratan de encontrar un modelo que describa la naturaleza de este componente del Universo en forma natural. Sin embargo, es una realidad que el problema esta lejos de ser resuelto en su totalidad y permanece aún como un campo abierto y apasionante para su estudio.

¿Quién es Nicolás Bourbaki?

Daniela María Zenteno Langle
Ex alumna Matemáticas Aplicadas ITAM
danielaz@hotmail.com

A finales del siglo XIX Francia resplandecía con grandes matemáticos como Lebesgue, Borel, Baire, Poincaré, entre otros. Sin embargo, los inicios del siglo XX fueron menos brillantes debido en gran parte a que durante la Primera Guerra Mundial, mientras Alemania enviaba a sus escolares a hacer trabajo científico, Francia enviaba a sus estudiantes prometedores al frente. La École Normale Supérieure (ENS) confirma que más de un cuarto de sus estudiantes de ciencias (de las generaciones de 1901 a 1917) murieron en la guerra[1]. Así que después de la guerra, había un vacío: no se estaba al tanto de los avances en matemáticas (hechos sobre todo en Alemania).

Después de graduarse de la ENS, Henri Cartan y André Weil enseñaban cálculo en la Universidad de Strasburgo y ambos concordaban en que el libro de texto *"Traité d'Analyse"* de Goursat era inadecuado, por lo que en 1934 se reunieron con sus amigos de la ENS para escribir un tratado para el curso en el que el tema se presentara mejor. Así comenzaron a reunirse con regularidad en Le Capoulade, un café parisino en el Boulevard Saint-Michel del Barrio Latino.

Pronto se dieron cuenta de que era necesario cambiar la forma de presentar todas las matemáticas esenciales de principio a fin, pensando que este proyecto les tomaría alrededor de tres años -cuando sólo el primer capítulo les llevó 4 años.

Se reunieron con este propósito en julio de 1935 en Besse-en-Chandesse: Henri Cartan, A. Weil, Jean Delsarte, Jean Dieudonné y Claude Chevalley (todos nacidos entre 1904 y 1909). En uno de estos primeros congresos (como ellos les llamarían) escogerían el nombre del grupo: Bourbaki. El nombre lo tomaron de un falso teorema que un estudiante de la ENS, con barba postiza y acento extraño, presentó después de una larga plática sin sentido a los estudiantes de primer año. El nombre pertenecía en realidad a un general de la guerra franco-prusiana. Como la esposa de Weil estaba presente decidió bautizarlo Nicolás[2]. Así nació Nicolás Bourbaki: un matemático policéfalo.

El pensamiento

Bourbaki pensaba que tenían que replantear completamente las matemáticas y sentía que los matemáticos viejos se apegaban a las prácticas antiguas ignorando las nuevas. Es por eso que una de las condiciones para pertenecer al grupo era el retiro obligatorio a los cincuenta años.

Se deseaba escribir un tratado que fuera una herramienta esencial para todos los matemáticos, lógicamente ordenado, construyendo todo a partir de una base. Eligieron como base la teoría de conjuntos. Dividieron el material en 6 libros:

I Teoría de Conjuntos
II Álgebra
III Topología
IV Funciones de una variable real
V Espacios vectoriales topológicos
VI Integración

La preocupación profunda a la que responde este proyecto es la nacida de una pregunta arraigada en Bourbaki: ¿La Matemática o las Matemáticas?

«…no pretenderemos examinar las relaciones de las matemáticas con lo real o con las grandes categorías del pensamiento; es en el seno de la matemática en donde pensamos quedarnos para buscar, analizando sus propios vericuetos, una respuesta a la pregunta que nos hemos planteado.» [3]

Una respuesta que no necesitaba buscar pues Bourbaki creía ya en la unidad de las matemáticas, de ahí que siempre busque la mayor generalidad posible; generalidad no por sí misma sino la generalidad que pudiera ser de mayor utilidad para los usuarios potenciales en distintas áreas, cortando así todo lo que pareciera secundario y por consiguiente descartando toda referencia intuitiva de lo real.

La tarea que el grupo emprende en 1935 es buscar la esencia de las matemáticas, es decir, la sistematización de las relaciones existentes entre las diversas teorías matemáticas, lo que se resume en el método axiomático siguiendo el pensamiento de Hilbert.

«Lo que la axiomática se propone como fin esencial es precisamente lo que el formalismo lógico es incapaz de ofrecer por sí solo: la inteligibilidad profunda de las matemáticas. El método axiomático enseña a buscar las razones profundas de ese descubrimiento, a encontrar las ideas comunes camufladas bajo el aparato exterior de los detalles propios de cada una de las teorías consideradas, a descubrir estas ideas y a ponerlas de manifiesto.» [4]

Es así como en 1938 se elige el título de su obra: "*Éléments de Mathématique*". Hicieron clara alusión a los *Elementos* de Euclides (con visión enciclopédica aunque está bien claro que no pretendían abarcar todo el conocimiento de su época) y eliminaron la *s* de *Mathématiques* para reafirmar su fuerte creencia en la unidad de esta ciencia.

El trabajo

Las reuniones devinieron en tres congresos al año: dos de una semana y uno de dos semanas; cada día constaba de tres reuniones, en total siete horas. En ellas se leían los borradores en voz alta y cualquiera podía interrumpir en cualquier momento, preguntar o criticar implacablemente, discusión que terminaba en gritos[5].
Las dos reglas básicas del esquema de trabajo del grupo eran: nada se aceptaría si no era por unanimidad, teniendo cada uno derecho de veto; y todos debían poder escribir un capítulo en un campo que no fuera de su especialidad.

«El carácter anárquico de las discusiones ha sido mantenido a lo largo de la existencia del grupo … Una buena organización, sin dudas, habría requerido que a cada uno se le asignara un tema o capítulo, pero esta idea nunca se nos ocurrió» —Weil [6]

Un capítulo pasaba por seis o más borradores, lo que explica la lentitud en la publicación. Es entonces hasta 1939 que aparece el primer fascículo de *Resultados en Teoría de Conjuntos*, después de 10 borradores; y en los años cuarenta aparecen Topología y tres volúmenes de Álgebra. Que aún así hayan seguido saliendo los capítulos se explica por el fuerte compromiso de los miembros y una fuerte creencia en que valía la pena la empresa sin importar cuan distantes podrían haber estado las metas. Cualquier cosa que se aceptara era incorporada sin créditos para el autor y Nicolás Bourbaki se convierte así en la firma del anonimato aceptado - la convicción no egoísta de dar una buena exposición de las matemáticas.

Además de los fundadores, se incorporaron nuevos miembros con el transcurso del tiempo. Bourbaki invitaba a una reunión a un colega o estudiante, que para ser admitido debía entender todo y participar activamente, mostrar tener intereses amplios y adaptabilidad para trabajar al estilo del grupo. Si un recluta parecía prometer, entonces se le seguía invitando y gradualmente se le hacía miembro sin anuncio formal. Entre las personas que formaron parte de las cabezas de Nicolás Bourbaki se encuentran L. Schwartz, J. Tate, A. Borel, Mandelbrojt, J. P. Serre, S. Lang, P. Cartier.

En busca de la unidad y la coherencia, los libros debían estar ordenados linealmente, es decir, las referencias se hacían únicamente a lo ya aparecido en libros anteriores y no había referencias externas salvo para las notas históricas. Este orden que a algunos les parece muy árido, otros lo consideran como perfección estética.

El impacto

Aunque la mayoría considera que el estilo de exposición austero, presentación poco amigable e impersonal, carente de imágenes e incluso diabólicamente abstracto, aleja mucho a la obra de Bourbaki de ser considerada como un buen libro de texto, los años cincuenta fueron la época de mayor influencia del grupo; tanto en la investigación personal de sus miembros como del tratado. Los libros de Bourbaki fueron los primeros en tener una organización tan rígida, rigurosa y con presentación axiomática.

Cuando se terminaron de escribir los seis libros, la pregunta natural era ¿qué sigue?. Ya en Septiembre de 1940 Dieudonné había delineado un plan de 27 libros que abarcaban casi toda la matemática[7], para continuar con los seis libros del tratado que representaban sólo las bases de lo esencial. Se hicieron algunos borradores de futuros capítulos, pero de pronto las matemáticas crecieron tanto que debían tomar en consideración otros libros escritos, pero eso implicaba renunciar al carácter autónomo del proyecto. Surgieron entonces dos opciones: seguir construyendo las bases de forma autónoma en la tradición de Bourbaki; o abordar los temas que sintieran que pudieran manejar, aunque las bases no estuvieran establecidas con la generalidad óptima. La solución ideal era ir hacia ambos lados pero ello excedía sus capacidades. Había que elegir. Eligieron lo segundo y así aparecieron tres volúmenes más: Álgebra conmutativa, Grupos y álgebras de Lie, y Teoría espectral (publicado en 1983)[8].

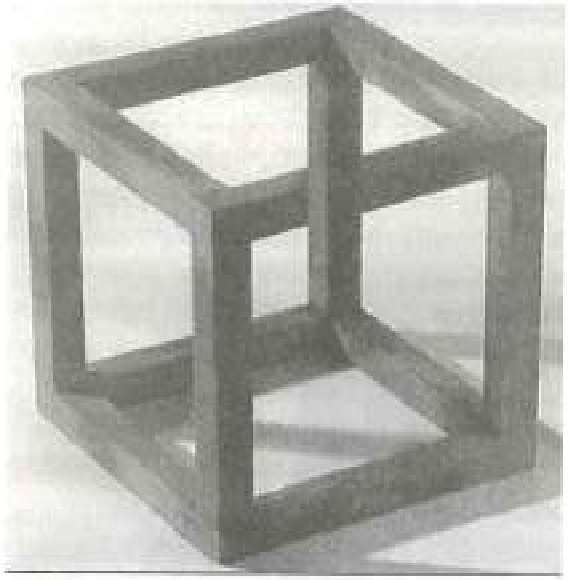
Al abordar temas más especializados, el formato rígido hacía casi imposible la incorporación de nuevos desarrollos de las matemáticas. Hacia los años setenta, muchos libros de texto se escribían con ese estilo, por lo que el grupo se quedó sin trabajo.

Bourbaki logró reunir la colaboración de gente especializada en el tema y gente

con intereses relacionados que aportaban su visión desde distintos ángulos. El impacto en las matemáticas fue el estilo de exposición y la elección de notación; a él se deben el símbolo para el conjunto vacío, la flecha de implicación, y el *blackboard bold* utilizado para denotar los naturales, los reales, los enteros, los racionales y los complejos.

Los libros han sido reeditados por Masson (en francés) y por Springer-Verlag (en inglés). Lo que queda hoy de Bourbaki es "L'Association des Collaborateurs de Nicolás Bourbaki" que organizan conferencias internacionales 3 veces al año. Su sitio de Internet es www.bourbaki.ens.fr.

[1] Bref historique des mathématiques à l'ENS http://www.dma.ens.fr/presentation/histoire.html
[2] Émilie Richer. Nicolas Bourbaki. Disponible en http://planetmath.org/encyclopedia
[3] N. Bourbaki. La arquitectura de las matemáticas. Traducción de Juan Bauzá. Originalmente publicado en Les grands courants du pensée mathématique, *Cahiers du sud, 1948.*
[*] Aunque futuros desarrollos como la teoría de categorías muestran que Bourbaki no siempre hizo la mejor elección.
[4] Ibidem
[5] A. BOREL: Twenty-Five Years with Nicolas Bourbaki, 1949-1973, Notices of the AMS Vol.45 No.3 1998, pp 373-380.
[6] Ibidem.
[7] Ibidem
[8] Ibidem



En una mesa hay tres sombreros negros y dos blancos. Tres señores en fila india se ponen un sombrero al azar cada uno y sin mirar el color. Se le pregunta al tercero de la fila, que puede ver el color del sombrero del segundo y el primero, si puede decir el color de su sombrero, a lo que responde negativamente, se le pregunta al segundo que ve solo el sombrero del primero y tampoco puede responder a la pregunta, por ultimo el primero de la fila que no ve ningún sombrero responde acertadamente de que color es el sombrero que tenia puesto. ¿Cuál es este color y cual es la lógica que uso para saberlo?

Tres amigos con dificultades económicas comparten un café que les cuesta 30 pesetas, por lo que cada uno pone 10. Cuando van a pagar piden un descuento y el dueño les rebaja 5 pesetas tomando cada uno una peseta y dejando dos en un fondo común. Mas tarde hacen cuentas y dicen: cada uno ha pagado 9 pesetas asi que hemos gastado 9x3=27 pesetas que con las dos del fondo hacen 29 ¿dónde esta la peseta que falta?

A un joyero le dan cuatro trozos de cadena de tres eslabones cada uno, y le encargan que los una para hacer con ellos una pulsera. Al hacer el presupuesto de la reparación el joyero calcula que tiene que soldar cuatro eslabones, a un Euro cada uno el precio seria de cuatro Euros, pero el cliente no esta de acuerdo y le dice como hacerlo soldando solo tres eslabones. ¿Cómo lo hizo?

¿Amor Eterno o Inevitable Fracaso? ¿Podemos Predecir una Relación Amorosa?

Ana Cecilia Zenteno Langle
annecile@lycos.com

¿Cómo podemos saber si la persona con la que estamos es realmente compatible con nosotros? A continuación se presenta la construcción de un modelo matemático que puede ayudarnos a predecir la interacción de parejas.

La mayoría de los lectores tomarán una postura escéptica ante la posibilidad de tener, en un par de ecuaciones, la respuesta a todas las relaciones amorosas posibles. Debemos recordar que el propósito de un modelo matemático es describir la realidad de la mejor manera posible y, entre más variables se puedan incluir en el modelo, mejor será la descripción. Es claro que en el caso de las relaciones amorosas necesitamos modelar muchos factores; sin embargo, podemos tener una buena aproximación si consideramos el principal agente de influencia: nuestro carácter.

Asimismo, tenemos que superar algunos obstáculos de interpretación como lo es "cuantificar intangibles"; es decir, debemos medir la "cantidad de amor" que sentimos por alguien. El problema puede resolverse de varias formas; una de ellas es sumando puntos positivos por aquellas acciones o gestos que muestran simpatía por alguien: besos, abrazos, sonrisas, entre otras. Análogamente, podemos asignar puntuaciones negativas para actitudes de rechazo, seriedad y agresión, por poner algunos ejemplos[1] (ver gráfica adjunta [1]).

Ya con esta idea, podemos plantear las ecuaciones diferenciales para cada persona que integra la pareja de acuerdo a su personalidad.[2] Para no poner nombres que ofendan a alguien, tomemos el caso particular de Romeo y Julieta, sólo que con personalidades variables:

$$\dot{R} = aR + bJ,$$
$$\dot{J} = cR + dJ.$$

[1] Para hacer esto de manera más formal se han desarrollado códigos especializados de lenguaje y expresión corporal por psicólogos como John Gottman. Para mayor información se puede consultar [1] o GOTTMAN, John M., «The Roles of Conflict Engagement, Escalation, and Avoidance in Marital Interaction. A Longitudinal View of Five Types of Couples» , Journal of Consulting and Clinical Psychology, 1993.

[2] Éstas fueron planteadas por John Strogatz en [2], pero se puede encontrar más información sobre la construcción del mismo, en versión discreta, en [1].

Donde R(t) representa la «cantidad de amor» de Romeo hacia Julieta y, análogamente, J(t) es la "cantidad de amor" que tiene Julieta por Romeo. Esta cantidad puede variar con el tiempo, de ahí el planteamiento de la ecuación diferencial (para aquellos que no están familiarizados con la notación,

$$\dot{R} = \frac{dR}{dt}$$

donde t es el tiempo).

El siguiente paso es analizar cómo influyen los parámetros a, b, c, d; como en cualquier ecuación lineal, si el signo de los parámetros es positivo, la relación es directamente proporcional y viceversa (si el signo es negativo, la relación es inversa). Hay otro detalle de las ecuaciones: los parámetros afectan a dos funciones en cada ecuación: la de la persona misma y la de la pareja. En el caso del parámetro que define la personalidad misma podemos verlo como las diferentes reacciones a nuestros sentimientos. Por ejemplo, hay gente que entre más aumentan sus sentimientos por la otra persona, más los reprimen; ése sería el caso en que el parámetro es negativo. Para imaginar cómo afecta el parámetro que acompaña a la función de la pareja es más sencillo (será que es lo que mejor reconocemos por experiencia): si el signo es positivo y la persona nos quiere, nosotros reaccionamos favorablemente (y si la persona no nos quiere, ¿por qué habríamos de quererla también?).

A partir de los diferentes valores de estos parámetros hemos *bautizado* algunos casos del comportamiento de un individuo:

° a=0 ó c=0 «Represor» (no toma en cuenta sus sentimientos)
° b=0 ó d=0 «Indiferente» (no toma en cuenta los sentimientos de la pareja)
° (a<0,b>0) ó (c<0,d>0) «Cauteloso».[1]

Tenemos que la predicción sobre la unión o disolución de parejas se puede analizar de acuerdo a los diferentes comportamientos modelados por un sistema de segundo orden. Para esto, es necesario resolverlo utilizando técnicas de estabilidad y puntos fijos. Se pueden clasificar los puntos fijos de acuerdo a los criterios de estabilidad [3] y ver qué tipo de comportamiento tendrá la pareja en el tiempo.

Veamos un ejemplo curioso: Romeo ama a Julieta, pero ella parece reaccionar cada vez más agresiva o negativa cada vez que él tiene algún detalle lindo con ella. Romeo, un poco ardido, comienza a ser rudo con ella; es entonces cuando ella empieza a ser linda. Parece que el dicho: "trátalas como perro y como tal te seguirán..." aplica en este caso. Si nos imaginamos la relación a largo plazo podríamos ver que la pareja cae en un ciclo vicioso: ella lo quiere cuando él es hostil, entonces él empieza a ser cariñoso y ella lo odia de nuevo. Las ecuaciones para tal relación son:

$$\dot{R} = aR + bJ,$$
$$\dot{J} = -cR + dJ.$$

Donde todos los parámetros son mayores a cero. Si les damos valores numéricos a las variables, podríamos sacar la matriz que define al sistema y hacer su respectivo análisis. He aquí el desarrollo para

$$\dot{R} = 2R + J$$
$$\dot{J} = -5R + 4J$$

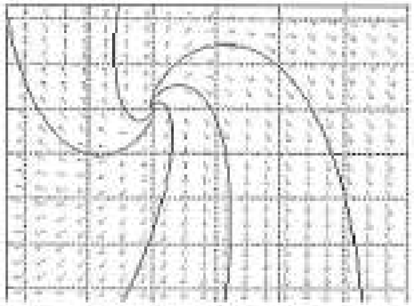
Para los que ya hemos llevado un curso de ecuaciones diferenciales, la matriz del sistema (el jacobiano) es

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$$

[1] ¿Cómo llamarías tú a los demás casos con los otros valores?

De aquí podemos sacar que su polinomio característico es $P(\lambda) = \lambda^2 - 6\lambda + 13$, con sus raíces $\lambda_1 = 3 + 2i$, $\lambda_2 = 3 - 2i$. Notemos que el determinante es $det(A)=13$, $tr(A)=6$ y el discriminante es 12.

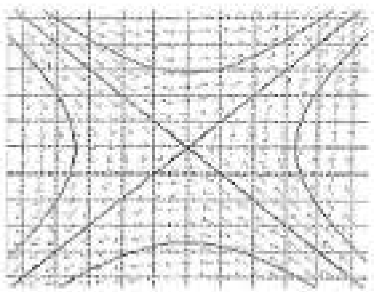
Para todos, las conclusiones son que el punto fijo, el origen, es una espiral repulsora, tal como lo muestra el diagrama fase. Ahora fijémonos en las curvas que están ahí pintadas. El chiste ahora es que dependiendo de las condiciones iniciales de la pareja, tendrá un desenlace romántico o desastroso. Por ejemplo, si comenzamos en el primer cuadrante, vemos que después de alcanzar un máximo el amor de ambos disminuye considerablemente hasta hundirse en el cuarto cuadrante; espero que no sea necesario explicar qué pasó con Romeo y Julieta.



De esta forma, podemos seguir jugando con los valores de los parámetros. Para Romeo y Julieta, ambos represores tenemos un sistema como este:

$$\dot{R} = bJ$$
$$\dot{J} = cR$$

Podemos adelantar que se obtiene como resultado un punto de tipo silla (como aquel que se muestra en el segundo diagrama), pero siempre se puede jugar con los valores de b y c para ver cómo cambia el diagrama[1]. Además, es claro que es una relación correspondida en el mismo sentido; es decir, ambos se aman o se odian pues los sentimientos son, para ambos, directamente proporcionales a los sentimientos de la pareja.



[1] Para generar los diagramas de fase con distintas curvas solución, recomendamos la herramienta pplane6 de MATLAB, así como los diversos programitas que se encuentran disponibles en la página del curso de sistemas dinámicos 2 del Dr. Lomelí: http://cursos.itam.mx/lomeli/sd2/.

Finalmente, podemos definir ahora lo que significa tener un matrimonio «exitoso» o «fracasado», «estable» o «inestable». (Recordemos que las palabras «estable» e «inestable» tienen diferentes significados para un matemático y para un psicólogo conductista.) Decimos que un matrimonio es exitoso si la pareja es más feliz junta que separada; es posible relajar esta condición un poco si establecemos que la pareja debe ser igual o más feliz junta que si estuviera separada.

Una última pregunta que podríamos hacer acerca del modelo es ¿y para qué nos sirve saber todo esto? La primera razón, y quizá la más útil, es que la cantidad de divorcios ha aumentado considerablemente en los últimos años. De acuerdo a varias estadísticas, se ha demostrado que las terapias familiares o de pareja no siempre son efectivas. Con versiones un poco más profundas del modelo podemos buscar aspectos específicos de la pareja que indiquen el por qué de la tendencia a la disolución para emplear mecanismos de autocorrección y vigilancia; de esta forma, se podrá fortalecer la parte positiva de la relación y debilitar la parte negativa. Otra aplicación interesante es la similitud que sigue el modelo con aquel de la carrera armamentista de Richardson [5]; se consideran dos países con gastos armamentistas y y x medidos en millones de dólares. El modelo de Richardson considera las hipótesis de que el gasto armamentista de cada país se incrementa a una razón proporcional al gasto armamentista del otro país y que el gasto en armamento en cada país baja en una proporción a lo que ha gastado. Esas hipótesis dan como resultado el sistema de ecuaciones:

$$x = -ax + by,$$

$$y = cx - qy.$$

Si nos fijamos bien, son las mismas ecuaciones que describe una pareja… cautelosa.

BIBLIOGRAFÍA.

[1] MURRAY, James Dickson . «Mathematical biology». New York: Springer, c2002

[2] STROGATZ, Steven. "Nonlinear Dynamics and Chaos: With applications to Physics, Biology, Chemestry and Engineering" . Perseus Book Group, 2001

[3] LOMELí, Héctor, "Sistemas Dinámicos II. Notas de estabilidad de puntos fijos.", ITAM, 2002.

[4] «Interactive Differential Equations». Romeo and Juliet, www.aw-bc.com/ide/Media/pdf/Documents/Part4/Labs/Lab18.pdf

[5] "How Richardson's Processes Can Lead to World War III", www.civicwebs.com/cwvlib/nwo/richardson/richardson.htm#2

Del Castigo a la Fiesta

Carlos Bosch Giral

ITAM

A la memoria de mi
amigo Andrés.

El castigo era sumar todos los números del 1 al 100. Varios empezamos sumando $1 + 2 + 3 = 6$, $6 + 4 = 10$, $10 + 5 = 15$ ... Cuando de repente Andrés, se levantó y dijo:

- Ya terminé maestra.
- ¡No es posible Andrés!, la suma que les puse es larga y sólo han pasado 2 minutos.
- Pero yo ya acabe maestra.
- ¡Si no está bien te voy a castigar doble!
- Por favor revísela, maestra; usted dijo que en cuánto termináramos nos podíamos ir a jugar .
- A ver, tráemela.
- ¿Qué es esto? Yo te pedí una suma.
- Sí, pero yo lo hice diferente. ¡Mire! Escribí dos veces la suma que nos pidió:

  $$1 + 2 + 3 + \ldots + 98 + 99 + 100$$
  $$100 + 99 + 98 + \ldots + 3 + 2 + 1$$

  y observé que, si me fijo en vertical, la suma en cada columna es 101; así tenemos $101 + 101 + 101 + \ldots + 101 + 101$ y tenemos cien sumas en vertical, de modo que en total tenemos $101 \times 100 = 10100$. Pero recordemos que eso es exactamente dos veces la suma que nos pidió, así que el resultado es la mitad: 5050. Como ve, razonando de esta manera la suma se hace en dos minutos.

La maestra se quedó sin hablar después de felicitar a Andrés y levantarnos a todos el castigo.

El razonamiento de Andrés se puede aplicar para un número de sumandos cualquiera, es decir $1+2+3+\cdots+(n-1)+n = \frac{n(n+1)}{2}$ y así se tiene que si n = 356, entonces la suma de 1 hasta 356 es $\frac{356 \times 357}{2} = 63\,546$

o bien si n = 87, la suma es $\frac{87 \times 88}{2} = 3828$ etc...

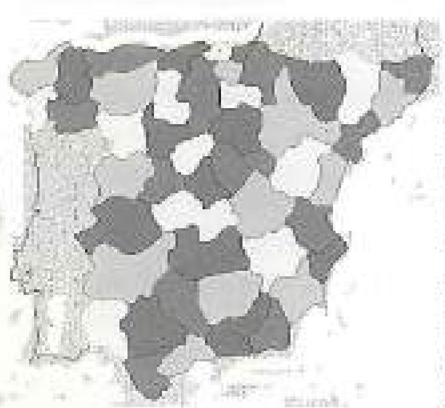
El razonamiento que aquí presentamos lo hizo, cuando era niño, uno de los matemáticos más talentosos que ha existido, *Carl Friedrich Gauss* (1777 – 1855). En efecto, el razonamiento es la base de las matemáticas. En matemáticas se trabaja con ideas.

Regresemos por un momento al razonamiento anterior. La idea fundamental es aparentemente complicar el problema calculando dos veces la suma que se pide pero la belleza en este razonamiento es que eso hace que el problema se simplifique al observar que en cada sumando vertical se obtiene el mismo número.

La belleza a la que nos referimos aquí es sin lugar a dudas una belleza muy abstracta como son las matemáticas. El matemático y filósofo de principios del Siglo XX, *Bertrand Russell* escribió:

"Las matemáticas, vistas adecuadamente, poseen no sólo la verdad, sino también una belleza suprema, una belleza fría y austera..."

Para ser matemático , lo mismo que para tener cualquier otra profesión, hay que estudiar seriamente una carrera universitaria. Actualmente, en todos los estados de la República se pueden hacer estudios para convertirse en matemático. La carrera de matemáticas se ofreció por primera vez hace un poco más de cincuenta años, en la Facultad de Ciencias de la UNAM. Esa carrera tuvo una orientación a las matemáticas puras, para formar más profesores e investigadores en matemáticas, es decir, profesionales de las matemáticas que se interesan por desarrollar las teorías matemáticas sin preocuparse por sus aplicaciones. Ellos se preocupan únicamente de ver hasta donde los puede llevar el razonamiento matemático.



A pesar de que los matemáticos inventaron las calculadoras y las computadoras, estas han sido usadas muy poco para el entendimiento o la demostración de propiedades matemáticas. Uno de los problemas más famosos donde la asistencia de la computadora fue esencial fue el famoso problema de los cuatro colores que a continuación explicaremos. Colorear un mapa plano consiste en colorear cada uno de los países del mapa de manera que países que tengan una frontera en común tengan colores distintos. El problema al que nos referimos dice que para cualquier mapa el número de

colores necesario para colorearlo es **cuatro.** Para probar esa propiedad pasó mucho tiempo y fue después de mediados del siglo XX cuando se hizo una prueba, reduciendo el numero de todos los mapas posibles a solamente unos ocho mil que fueron estudiados con ayuda de la computadora y así se probo que esos se podían colorear con cuatro colores y, por lo tanto, como cualquier mapa se reduce a uno de esos ocho mil, podemos concluir que cualquier mapa se puede colorear con cuatro colores. Esta fue una de las primeras ocasiones en que se usó la computadora para demostrar un teorema. Sin embargo, en la actualidad, cada vez se usa más y en las aplicaciones se ha convertido en una herramienta muy útil y casi indispensable en las matemáticas aplicadas.

Hace unos treinta y cinco años en México, apareció un nuevo enfoque en la profesión de matemático: el matemático aplicado que sí usa las computadoras. La carrera de matemático aplicado que se imparte en el ITAM tiene unos veinticinco años y es la que actualmente tiene más prestigio. El matemático aplicado es un profesionista con una formación sólida en matemáticas, conoce y maneja los conceptos y razonamientos matemáticos que pone al servicio de las aplicaciones, domina las tecnologías útiles y tiene un amplio espectro de las aplicaciones; hace un trabajo en cierto sentido interdisciplinario. Los matemáticos aplicados usualmente escogen una orientación hacia la que enfocan su trabajo; hay aplicaciones a las finanzas, a los modelos, a los seguros, a la industria, a la estadística, a la economía ...

Hemos hablado de algunos problemas famosos y de cómo han sido resueltos, pero las matemáticas no están acabadas, queda mucho por hacer y mucho por descubrir. Hay problemas que se plantearon hace mucho tiempo y que todavía no se han resuelto. Tal vez los están esperando a ustedes. Uno de ellos es el que a continuación planteamos.

Un número entero mayor que 1 es primo si solamente se puede dividir entre él mismo y entre 1. Por ejemplo, los primeros números primos son 2,3,5,7,11,13 etc. No son números primos 15, pues es divisible entre 3; 22, pues es divisible entre 2; etc. En el Siglo XVIII, *Goldbach* planteó una pregunta sobre números primos: ¿será cierto que todo número par se puede escribir como la suma de dos números primos? Esta pregunta es conocida como la conjetura de *Goldbach* .

La respuesta a esta pregunta **parece ser "si", pero nadie ha podido demostrar esto** en general, sólo en casos particulares, como por ejemplo 18 = 5 + 13; en este caso, hay otra solución, pues 18 = 11 + 7. Son problemas como estos a los que se dedican los matemáticos puros. Por cierto, habrá grandes premios y gran admiración para aquel que logre probar en general la conjetura de *Goldbach*.

Problemas muy usuales en las matemáticas aplicadas son los siguientes:

Saber cuantas casetas de cobro hay que abrir en una carretera para que la cola de coches no sea de más de tres autos en cada caseta y el cobrador no esté sin hacer nada es un problema de matemáticas aplicadas, así como el de optimizar (gastar menos y ganar más), por ejemplo, la producción de algún objeto o modelar la forma en que una persona tose, etc.

Durante el recreo, Andrés preguntó:

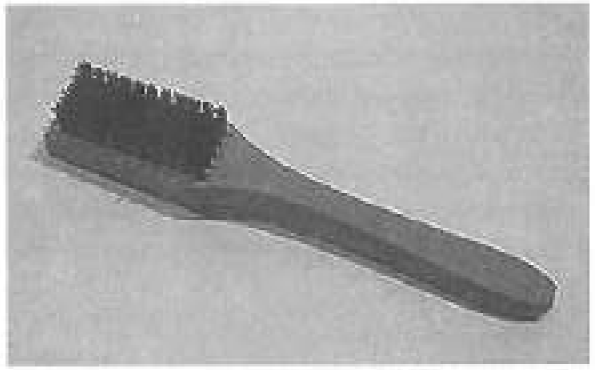
- "Y, ¿cómo tengo que ser antes de convertirme en matemático? Ya que algunos de esos problemas me atraen."

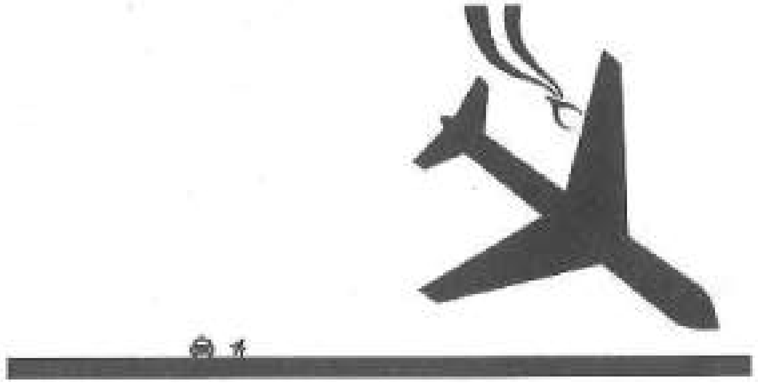
Hay que tener cierto gusto por las matemáticas; se tiene que ser curioso, inquieto, hay que tener ganas de explicarse el mundo objetivamente; hay que tener ganas de trabajar duro, hay que poner a trabajar al cerebro, que es donde se desarrollan todas las ideas matemáticas y, sobre todo, hay que tener ganas de divertirse, ya que nosotros sentimos que hacer matemáticas es estar en una gran fiesta en la que para participar en ella solamente se necesita empezar. Bienvenidos.

Un dato curioso...

Este año es más probable que te lastimes con la escobilla del retrete (1 posibilidad sobre 10.000) a que te estrelles en un avión (1 sobre 350.000).

En el Book of Risks (libro de los riesgos), Larry Laudan ha recopilado estadísticas que "demuestran los riesgos a los que te enfrentas a diario".





X Olimpiada de Mayo

Claudia Gómez Wulschner
Departamento Académico de Matemáticas, ITAM
claudiag@itam.mx

Por décimo año consecutivo el ITAM fue sede de la Olimpiada de Mayo. Esta competencia constituye la tercera etapa del Concurso de Primavera de Matemáticas (dos niveles) y del Concurso Cotorra de Matemáticas, ambos, programas de la Academia Mexicana de Ciencias[1] coordinados por el Dr. Carlos Bosch [2].

Los diez mejores exámenes de cada nivel de la última ronda del Concurso de Primavera, participan representando a nuestro país en la Olimpiada de Mayo, que es una competencia que se realiza por correspondencia y se lleva a cabo simultáneamente en los países de habla hispana y portuguesa.

El Concurso de Primavera se inició en 1995 con el objeto de que a través de exámenes, el razonamiento y la creatividad fueran calificados, más que el impresionante manejo de memoria o de información. De esta manera se podía motivar a más gente hacia el estudio de las matemáticas y darle un espacio a los que ya tenían inclinaciones naturales. Repartidos en dos niveles (menores de 15 años y menores de 13 años) los participantes desde entonces son, en su mayoría estudiantes de secundaria. Se tienen registradas algunas excepciones, muchachos más jóvenes, que han participado exitosamente en niveles que no les correspondían.

Con estas experiencias y dado el entusiasmo que provocó en escuelas donde hay también primarias, el concurso se extendió para que estudiantes más jóvenes tuvieran la oportunidad de participar . Fue así como nació en 1997 el Concurso Cotorra de Matemáticas dirigido a alumnos menores de12 años.

La competencia se organiza en tres etapas, la primera se lleva a cabo en el mes de enero. Este año participaron en toda la República 260 000 alumnos en total (es decir, en ambos concursos y en los dos niveles del de Primavera).

A la segunda etapa sólo pasaron 35 000 estudiantes. Tanto la primera como la segunda etapa se aplicaron en las escuelas bajo la supervisión de los maestros que, voluntariamente, colaboran con el concurso.

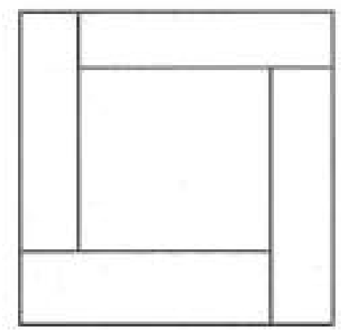
Casi 4 000 alumnos avanzaron a la tercera y última etapa. De esta manera, el pasado 8 de mayo se realizó la Olimpiada de Mayo en distintas sedes del país. El ITAM recibió a 560 alumnos que durante tres horas trataron de resolver diversos problemas, de acuerdo con su nivel.

La Academia Mexicana de Ciencias tiene dos invitaciones permanentes para participar en certámenes internacionales.

1.- La Olimpiada Ríoplatense de Matemáticas, concurso que se realiza anualmente, en alguna entidad del Río de la Plata. En esta competencia participan países iberoamericanos.
2.- El Concurso «Po Leung Kuk», que se celebra cada año en Hong Kong .

Los seis mejores alumnos del Concurso de Primavera y los cuatro mejores del Concurso Cotorra son los seleccionados para estas competencias internacionales.

Presentamos aquí uno de los problemas de este año:



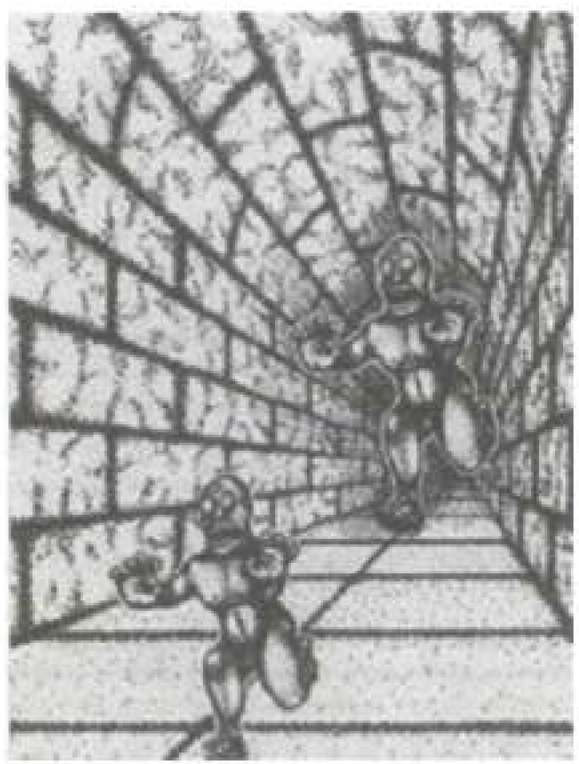
En el interior de un cuadrado de 11x11 Pablo dibujó un rectángulo y prolongando sus lados dividió al cuadrado en 5 rectángulos como muestra la figura. Sofía hizo lo mismo, pero además logró que las longitudes de los lados de los 5 rectángulos sean números enteros entre 1 y 10, todos distintos.

Muestra una figura como la que hizo Sofía.

[1] Para mayores informes consultar la página de la Academia: www.amc.unam.mx/programas.

[2] El doctor Carlos Bosch Giral es profesor de Tiempo Completo del Depto. De Matemáticas del ITAM.

Ilusiones ópticas



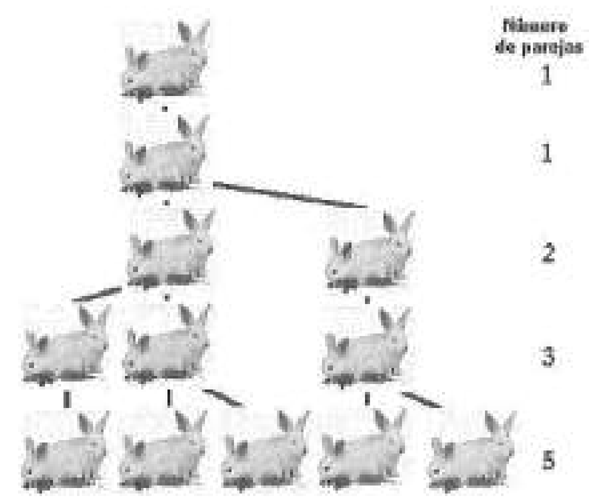
¿ Cuál de las figuras es más grande ?

Los Números de Fibonacci y la Naturaleza

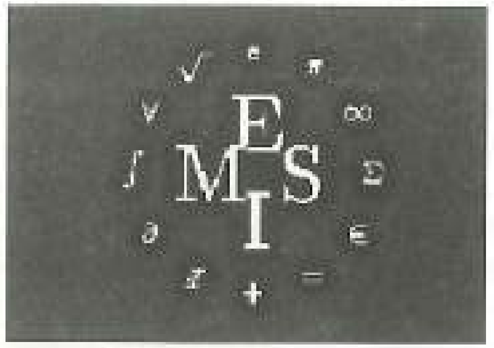
La historia de cómo Fibonacci hizo su teoría es muy interesante: empezó con conejos. Supuso una pareja de conejos, un macho y una hembra, que se tardan un mes en concebir un par de conejos. Con estos supuestos obtuvo el siguiente resultado: al final del primer mes se tiene una pareja de conejos; al final del segundo mes ya hay 2 pares de conejos; al final del tercer mes hay 3 pares, pero al cuarto mes hay 5. Para conocer mejor la historia, puedes entrar a esta página: http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/fibnat.html, en donde también encontrarás datos interesantes sobre el "Golden Number" (Proporción Áurea), que es lá razón de cada dos números consecutivos de la serie de Fibonacci:

$^1/_1 = 1$
$^2/_1 = 2$
$^3/_2 = 1{\cdot}5$
$^5/_3 = 1{\cdot}666...$
$^8/_5 = 1{\cdot}6$
$^{13}/_8 = 1{\cdot}625$
$^{21}/_{13} = 1{\cdot}61538...$

Esta razón converge en **1.618034**



The Electronic Library of Mathematics



Es importante que exista un espacio en el que podamos encontrar artículos, ensayos, monografías y lecturas (entre otros) sobre matemáticas. Los ensayos y artículos que se encuentran en esta página provienen de distinguidas universidades en Estados Unidos, Hungría y Francia, por ejemplo.

http://www.dino-online.de/leiste/?url=http://www.emis.ams.org/proceedings/Chicho2001/

Historia del Tiempo *de Stephen Hawking*

Si te interesa conocer más acerca del origen del universo, este libro puede aclararte algunos puntos cómo: ¿hubo un principio en el tiempo?, ¿es infinito el universo o tiene límites? o ¿por qué recordamos el pasado y no el futuro? Estas y otras preguntas son analizadas por el Dr. Hawking en este libro, cuya meta es difundir de manera clara y accesible los últimos conocimientos que se tienen acerca del universo, del tiempo, de los agujeros negros y de la posibilidad de establecer una teoría que unifique todo conocimiento físico. Además cuenta con una explicación detallada y sencilla de la teoría de la relatividad de Einstein y el prólogo es de Carl Sagan.

La Estructura de las Revoluciones Científicas de T.S. Kuhn

Como sabemos, la ciencia ha sido un factor determinante a lo largo de la historia universal. Gracias a todos los descubrimientos científicos se ha generado progreso y modernización en el mundo; sin embargo, también ha sido un detonante del gran individualismo que vivimos.

Este libro trata precisamente de esto: de las grandes revoluciones científicas que ha sufrido el mundo; por lo que si estás interesado en este tema, este libro es ideal para ti.

Agujeros Negros y Pequeños Universos *de Stephen Hawking*

Si te gustó el libro "Historia del Tiempo", puedes continuar con el tema de los agujeros negros y pequeños universos con este libro. En esta ocasión Stephen Hawking aborda nuevamente el problema de los agujeros negros, así como la posible teoría de unificación y el supuesto "determinismo" de la física. La lectura de este libro resulta más accesible que la de Historia del Tiempo, porque mezcla pasajes de la vida del autor y expone de manera aún más sencilla los temas del universo. Sin embargo, te recomiendo leer primero Historia del Tiempo, para poder entender completamente los temas tratados.

Laberinto

No habrá nunca una puerta. Estás adentro
y el alcázar abarca el universo
y no tiene ni anverso ni reverso
ni externo muro ni secreto centro.
No esperes que el rigor de tu camino
que tercamente se bifurca en otro,
que tercamente se bifurca en otro,
tendrá fin. Es de hierro tu destino
como tu juez. No aguardes la embestida
del toro que es un hombre y cuya extraña
forma plural da horror a esta maraña
de interminable piedra entretejida.
No existe. Nada esperes, ni siquiera
en el negro crepúsculo la fiera.

Jorge Luis Borges